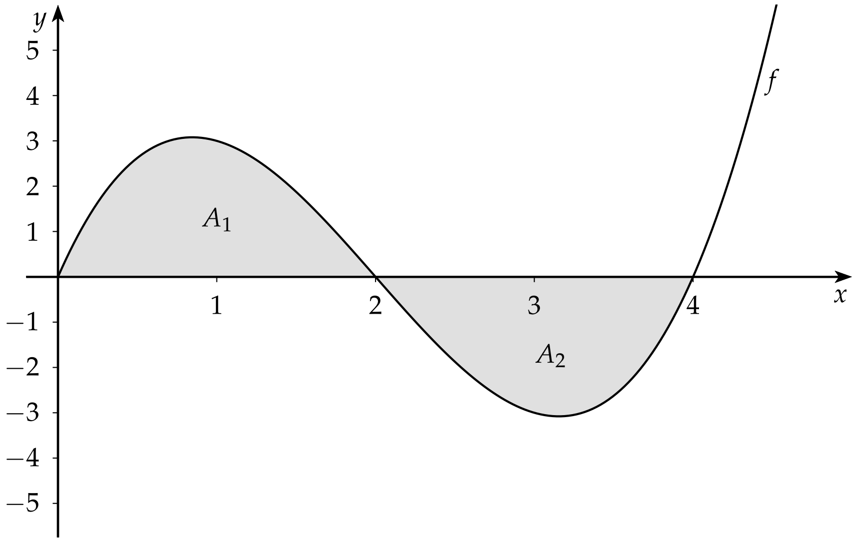
a) **Nachweis, dass beide Teilflächen denselben Flächeninhalt haben** (4BE)

Skizze:



Die Teilflächen werden von den Nullstellen von f eingegrenzt.
Die Nullstellen werden mit dem GTR bestimmt, welcher die Ergebnisse $x_{N_1} = 0$, $x_{N_2} = 2$ und $x_{N_3} = 4$ liefert. Für die Flächen gilt dann jeweils:

$$A_1 = \int_0^2 (x^3 - 6x^2 + 8x)\,dx = 4$$

$$A_2 = \left| \int_2^4 (x^3 - 6x^2 + 8x)\,dx \right| = |-4| = 4$$

A_2 liegt unterhalb der x-Achse, daher die Betragsstriche
Hinweis: Die Integrale werden ebenfalls mit dem GTR bestimmt!
Es gilt also $A_1 = A_2 = 4$ ha (da eine Längeneinheit 100 m entspricht).
Die beiden Teilflächen haben somit denselben Flächeninhalt.

b) **Länge des Fahrradweges** (6BE)

Der Fahrradweg verläuft durch die beiden Punkte $A(0|4)$ und $P(2|0)$. Die Geradengleichung des Fahrradweges erhält man so mithilfe der Zwei-Punkte-Form einer Geraden:

$$\frac{y-y_A}{x-x_A} = \frac{y_P-y_A}{x_P-x_A}$$
$$\frac{y-4}{x-0} = \frac{0-4}{2-0} = -2$$
$$y-4 = -2x$$
$$y = -2x+4$$

Die Punkte B_1 und B_2 sind die Schnittpunkte von f mit dem Fußweg. Diese werden mit dem GTR zu $B_1(0,59|2,83)$ und $B_2(3,41|-2,83)$ bestimmt.
Für den Abstand der beiden Punkte B_1 und B_2 gilt:

$$\overline{B_1B_2} = \sqrt{(x_{B_2}-x_{B_1})^2+(y_{B_2}-y_{B_1})^2}$$
$$\overline{B_1B_2} = \sqrt{(3,41-0,59)^2+(-2,83-2,83)^2}$$
$$\overline{B_1B_2} \approx 6,32$$

Eine Längeneinheit entspricht einem Meter, der Radweg zwischen den beiden Punkten B_1 und B_2 ist somit ca. 632 m lang (durch das Runden der Koordinaten von B_1 und B_2 sind geringe Abweichungen möglich!).

Koordinaten des Punktes C

Die Koordinaten des Punktes C seien $C(u|f(u))$ mit $f(u) = u^3-6u^2+8u$ und somit $f'(u) = 3u^2-12u+8$.
Die allgemeine Gleichung der Tangenten an f durch den Punkt C ist gegeben durch

$$t: y = f'(u)(x-u)+f(u)$$

Die Tangente verläuft ebenfalls durch den Punkt $A(0|4)$. Durch Einsetzen erhält man:

$$y = f'(u)(x-u)+f(u)$$
$$4 = (3u^2-12u+8)(0-u)+(u^3-6u^2+8u)$$
$$4 = -3u^3+12u^2-8u+u^3-6u^2+8u$$
$$0 = -2u^3+6u^2-4$$
$$0 = 2u^3-6u^2+4$$

Der GTR liefert die Lösungen dieser Gleichungen: $u_1 = 1$, $u_2 = 2,73$ und $u_3 = -0,73$. Die Lösungen u_2 und u_3 entfallen jedoch, da der Punkt C im Intervall $0 < u < 2$ liegen soll.

Der Punkt C hat somit die Koordinaten $C(1|f(1))$. Mit $f(1) = 1^3-6\cdot 1^2+8\cdot 1 = 3$ erhält man die Koordinaten zu $C(1|3)$.

Die Bootshaltestelle ist im Punkt $C(1|3)$ geplant.