Wahlaufgabe 8 - Gleichungen und Funktionen

8.1 a) **▶Zeit, bis Felix überholt wird** (1P)

Lese den Zeitpunkt an dem er losfährt und den Zeitpunkt an dem er überholt wird aus dem Diagramm ab. Felix fährt um 13 : 10 Uhr los und wird um 14 : 00 Uhr von Sandy überholt.

$14:00\,\text{Uhr} - 13:10\,\text{Uhr} = 50\,\text{Minuten}$

Felix wird 50 Minuten nach seiner Abfahrt von Sandy überholt.

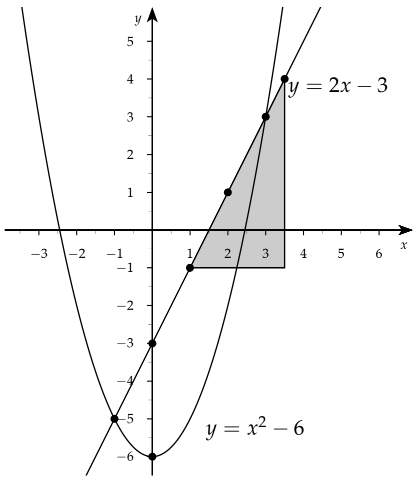
b) **▶Anzahl der Kilometer, die Felix noch fahren muss** (1P)

Lese die Anzahl der Kilometer, die er noch fahren muss wenn Sandy ihr Ziel erreicht hat, aus dem Diagramm ab. Sandy erreicht um 14 : 20 Uhr ihr Ziel. Zu diesem Zeitpunkt hat Felix $17{,}5\,\text{km}$ von insgesamt $25\,\text{km}$ hinter sich.

Felix muss noch $7{,}5\,\text{km}$ fahren, wenn Sandy ihr Ziel schon erreicht hat.

8.2 a) **▶Graphische Darstellung** (4P)

Trage die zwei bekannten Punkte aus der Wertetabelle ins Koordinatensystem ein. Zeichne die Gerade $f(x)$ durch die beiden Punkte.
Zeichne die um 6 Einheiten auf der y-Achse nach unten verschobene Normalparabel.



▶Wertetabelle vervollständigen

▶▶ Lösungsweg A

Mit Hilfe der Funktionsgleichung ist es möglich die fehlenden Werte zu berechnen. Bestimme die Funktionsgleichung, indem du den y-Achsenabschnitt abliest und die Steigung m mit einem Steigungsdreieck berechnest.

y-Achsenabschnitt: -3

Steigung m:

$$m = \frac{\text{vertikale Länge}}{\text{horizontale Länge}} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \frac{4-(-1)}{3,5-1} = \frac{5}{2,5}$$

$$m = 2$$

$$\Rightarrow y = f(x) = 2x - 3$$

Beispiel:

$$y = 2x - 3 \qquad | \; x = 25$$
$$y = 2 \cdot 25 - 3$$
$$y = 50 - 3$$
$$y = 47$$

▶▶ **Lösungsweg B**

Lese die fehlenden Werte im Koordinatensystem ab.

x	-1	0	1	2	$3,5$	25
$y = f(x)$	-5	-3	-1	1	4	47

b) Die Parabel ist eine in y-Richtung um -6 verschobene Normalparabel. Die Parabel hat die Funktionsgleichung $y = x^2 - 6$. (1P)

8.3 ▶ **Anzahl der Monate, damit sich die Umrüstung lohnt** (5P)

1. Schritt: Kosten des Benzinautos im Monat berechnen

$$\text{Verbrauch pro 1.500 km}: \; 1.500\,\text{km} \cdot \frac{8\,\text{l}}{100\,\text{km}} = 120\,\text{l}$$

$$\text{Kosten pro 1.500 km}: \; 120\,\text{l} \cdot \frac{1,08\,€}{1\,\text{l}} = 129,6\,€$$

2. Schritt: Kosten des Erdgasautos im Monat berechnen

$$\text{Verbrauch pro 1.500 km}: \; 1.500\,\text{km} \cdot \frac{5,3\,\text{kg}}{100\,\text{km}} = 79,5\,\text{kg}$$

$$\text{Kosten pro 1.500 km}: \; 79,5\,\text{kg} \cdot \frac{0,65\,€}{1\,\text{kg}} = 51,675\,€$$

Zu den monatlichen Kosten kommen noch die einmaligen Kosten hinzu. Diese setzten sich zusammen aus Umbaukosten minus Zuschuss.

$$= 2.500\,€ - 1.000\,\text{kg} \cdot \frac{0,65\,€}{1\,\text{kg}}$$

$$= 2.500\,€ - 650\,€$$

$$= 1.850\,€$$

3. Schritt: Zeit berechnen, ab der sich die Umrüstung lohnt

Stelle eine Gleichung auf, in der sich die Kosten der beiden Varianten gegenüberstehen. Die Variable x steht für die Zeit. Löse nach x auf.

Kosten Erdgasauto = Kosten Benzinauto

$$\begin{aligned} 1.850\,€ + x\cdot\frac{51,675\,€}{1\,\text{Monat}} &= x\cdot\frac{129,6\,€}{1\,\text{Monat}} && \Big|-\left(x\cdot\frac{51,675\,€}{1\,\text{Monat}}\right)\\ 1.850\,€ &= x\cdot\frac{77,925\,€}{1\,\text{Monat}} && \Big|:\frac{77,925\,€}{1\,\text{Monat}}\\ 23,74\,\text{Monate} &= x \end{aligned}$$

Herr Schneider müsste sein Auto rund 2 Jahre lang fahren, damit sich die Umrüstung für ihn finanziell lohnt.

8.4 a) ► **Lohnsteigerung von Herr Schulz** (2P)

1. Schritt: Lohnsteigerung Modell A

Berechne die Lohnsteigerung um 2% mit einem Dreisatz:

$$\begin{aligned} 100\% &\mathrel{\widehat{=}} 1.225\,€ \\ 1\% &\mathrel{\widehat{=}} 12,25\,€ \\ 2\% &\mathrel{\widehat{=}} 12,25\,€\cdot 2 = 24,5\,€ \end{aligned}$$

:100 / ·2

Nach Modell A steigert sich der Lohn von Herr Schulz um 24,5€.

2. Schritt: Lohnsteigerung Modell B

Ziehe die Quadratwurzel aus dem Bruttolohn:
$\sqrt{1.225\,€} = 35\,€$

Nach Modell B steigert sich der Lohn von Herr Schulz um 35 €.
Somit ist dieses Modell günstiger für ihn.

► **Lohnsteigerung von Frau Müller**

1. Schritt: Lohnsteigerung Modell A

Berechne die Lohnsteigerung um 2% mit einem Dreisatz:

$$\begin{aligned} 100\% &\mathrel{\widehat{=}} 3.600\,€ \\ 1\% &\mathrel{\widehat{=}} 36\,€ \\ 2\% &\mathrel{\widehat{=}} 36\,€\cdot 2 = 72\,€ \end{aligned}$$

:100 / ·2

Nach Modell A steigert sich der Lohn von Frau Müller um 72 €.

2. Schritt: Lohnsteigerung Modell B

Ziehe die Quadratwurzel aus dem Bruttolohn:
$\sqrt{3.600\,€} = 60\,€$

Nach Modell B steigert sich der Lohn von Frau Müller um 60 €.
Somit ist das Modell A günstiger für sie.

b) **► Graphische Darstellung der Lohnsteigerung** (4P)

1. Schritt: Funktionsgleichungen ermitteln

Im Koordinatensystem soll die Lohnsteigerung (y-Achse) in Abhängigkeit vom Bruttolohn (x-Achse) dargestellt werden.

Die Lohnsteigerung im Modell A beträgt: $y = 0,02x$

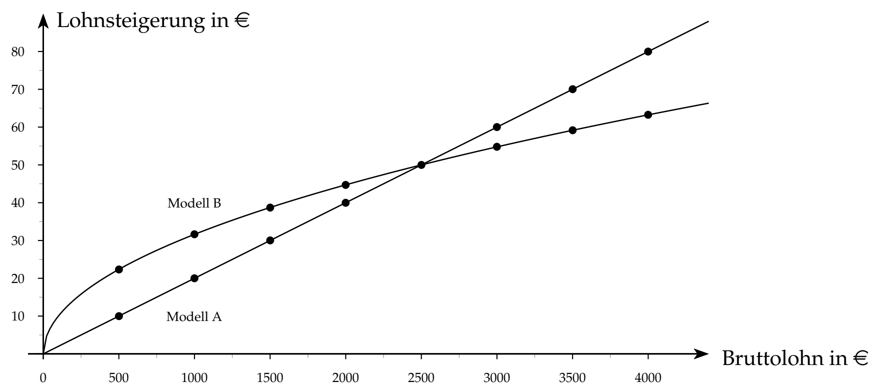
Die Lohnsteigerung im Modell B beträgt: $y = \sqrt{x}$

2. Schritt: Wertetabelle

Berechne einige Punkte, indem du den Bruttolohn für x einsetzt, um die Funktionen zeichnen zu können:

Bruttolohn in €	500	1.000	1.500	2.000	2.500	3.000	3.500	4.000
Lohnsteigerung Modell A in €	10	20	30	40	50	60	70	80
Lohnsteigerung Modell B in €	22, 36	31, 62	38, 73	44, 72	50	54, 77	59, 16	63, 25

3. Schritt: Graphische Darstellung



► Ergebnis der Projektgruppe

Die graphische Darstellung macht deutlich, dass beim Modell B für Bruttolöhne bis zu 2.500 € eine höhere Lohnsteigerung resultiert. Ab 2.500 € ist die Lohnsteigerung mit dem Modell A höher.

Die Projektgruppe kommt zu dem Ergebnis, dass das Modell B für ihre Zielstellung am besten geeignet ist.

Wahlaufgabe 9 - Trigonometrie

9.1 ▶ **Berechnung der Diagonalen** (3P)

1. Schritt: Diagonale f berechnen

Die Diagonale f ist die Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks ABC. Berechne sie mit dem Satz des Pythagoras:

$$\begin{aligned} f^2 &= a^2 + b^2 \quad && |\sqrt{} \\ f &= \sqrt{a^2 + b^2} \end{aligned}$$

2. Schritt: Diagonale g berechnen

Die Diagonale g lässt sich auf zwei Arten berechnen:

▶▶ **Lösungsweg A**

Im Dreieck ADE lässt sie sich mit dem Kosinussatz berechnen:

$$\begin{aligned} g^2 &= d^2 + e^2 - 2 \cdot d \cdot e \cdot \cos\varepsilon \quad && |\sqrt{} \\ g &= \sqrt{d^2 + e^2 - 2 \cdot d \cdot e \cdot \cos\varepsilon} \end{aligned}$$

▶▶ **Lösungsweg B**

Im Dreieck ACD lässt sie sich ebenso mit dem Kosinussatz berechnen:

$$\begin{aligned} g^2 &= c^2 + f^2 - 2 \cdot c \cdot f \cdot \cos\gamma \quad && |\sqrt{} \\ g &= \sqrt{c^2 + f^2 - 2 \cdot c \cdot f \cdot \cos\gamma} \end{aligned}$$

▶ **Flächeninhalt Dreieck ADE**

Der Flächeninhalt lässt sich mit folgender Formel berechnen:

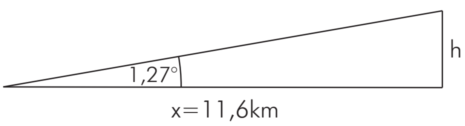
$$A_{ADE} = \frac{1}{2} \cdot e \cdot d \cdot \sin\varepsilon$$

9.2 ▶ **Höhe des Bahnhof Trusetal/Auwallenburg** (2P)

1. Schritt: Höhenunterschied der zwei Stationen berechnen

Mit Hilfe der angegebenen Steigung und der horizontalen Entfernung ist es möglich den Höhenunterschied zu berechnen.

$$\begin{aligned} \tan 1{,}27^\circ &= \frac{h}{11{,}6\,\text{km}} \quad && |\cdot 11{,}6\,\text{km} \\ 0{,}022 \cdot 11{,}6\,\text{km} &= h \\ 257{,}2\,\text{m} &= h \end{aligned}$$



Skizze nicht maßstäblich

2. Schritt: Höhe h_{NN} über NN berechnen

Der Bahnhof Schmalkalden liegt 292,5 m über NN. Der Bahnhof Trusetal/Auwallenburg liegt nochmal 257,2 m höher.

$$h_{NN} = 292{,}5\,\text{m} + 257{,}2\,\text{m}$$

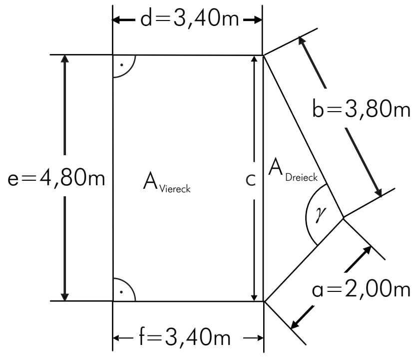
$$h_{NN} = 549{,}7\,\text{m}$$

Der ehemalige Bahnhof Trusetal/Auwallenburg liegt 549,7 m über NN.

9.3 a) **► Berechnung der Kosten für das Zimmer** (6P)

1. Schritt: Fläche berechnen

Teile die Fläche des Zimmers in ein Viereck und ein Dreieck auf.



Skizze nicht maßstäblich

Berechne die Fläche des Vierecks:

$A_{\text{Viereck}} = e \cdot d$
$A_{\text{Viereck}} = 4,80\,\text{m} \cdot 3,40\,\text{m}$
$A_{\text{Viereck}} = 16,32\,\text{m}^2$

Die Formel für die Fläche eines Dreiecks lautet:

$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b \cdot \sin\gamma$

Berechne den Winkel γ:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma \qquad | -(a^2+b^2)$$
$$c^2 - a^2 - b^2 = -2 \cdot a \cdot b \cdot \cos\gamma \qquad | : (-2 \cdot a \cdot b)$$
$$\frac{c^2 - a^2 - b^2}{-2 \cdot a \cdot b} = \cos\gamma \qquad \text{einsetzen}$$
$$\frac{(4,8\,\text{m})^2 - (2\,\text{m})^2 - (3,8\,\text{m})^2}{-2 \cdot 2\,\text{m} \cdot 3,8\,\text{m}} = \cos\gamma$$
$$\frac{23,04\,\text{m}^2 - 4\,\text{m}^2 - 14,44\,\text{m}^2}{-15,2\,\text{m}^2} = \cos\gamma$$
$$\frac{4,6\,\text{m}^2}{-15,2\,\text{m}^2} = \cos\gamma$$
$$-0,3026 = \cos\gamma \qquad | \cos^{-1}$$
$$107,6^\circ = \gamma$$

Einsetzen in Flächenformel:

$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2} \cdot 2\,\text{m} \cdot 3,8\,\text{m} \cdot \sin 107,6^\circ$

$A_{\text{Dreieck}} = 3,8\,\text{m}^2 \cdot 0,953$

$A_{\text{Dreieck}} = 3,62\,\text{m}^2$

Summe der Teilflächen:

$A_{\text{Zimmer}} = A_{\text{Viereck}} + A_{\text{Dreieck}}$
$A_{\text{Zimmer}} = 16,32\,\text{m}^2 + 3,62\,\text{m}^2$
$A_{\text{Zimmer}} = 19,94\,\text{m}^2$

$A_{\text{Zimmer}} \approx 20\,\text{m}^2$

Das Zimmer hat eine Fläche von $20\,\text{m}^2$.

2. Schritt: Kosten berechnen

Berechne was sie für das Zimmer mit Nebenkosten bezahlen muss:

$$20\,\text{m}^2 \cdot \frac{4,25\,€}{1\,\text{m}^2} + 26\,€ = 111\,€$$

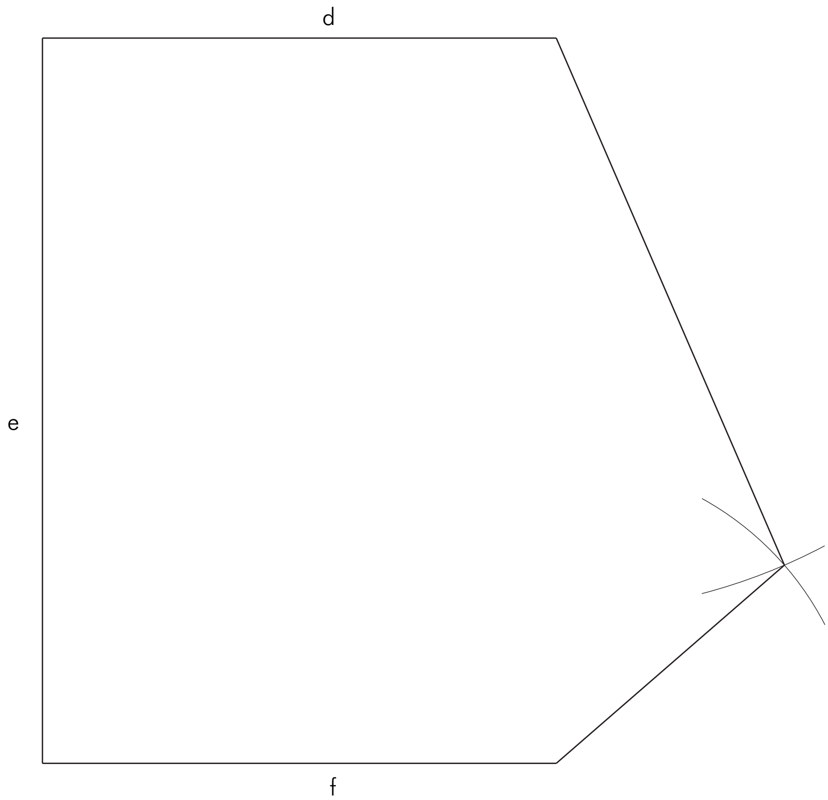
Das Zimmer kostet 111 €, Diana hat 125 € für die Miete.
Sie kann sich die Wohnung leisten.

b) ► **Maßstäbliche Zeichnung** (2P)

Der Maßstab 1 : 50 bedeutet, 1 cm in der Zeichnung entsprechen 50 cm im Original.

$4,8\,\text{m} \mathrel{\hat{=}} 9,6\,\text{cm}$
$3,4\,\text{m} \mathrel{\hat{=}} 6,8\,\text{cm}$
$3,8\,\text{m} \mathrel{\hat{=}} 7,6\,\text{cm}$
$2,0\,\text{m} \mathrel{\hat{=}} 4,0\,\text{cm}$

Zeichne zuerst die drei Seiten d, e und f des Vierecks. Trage anschließend in den Endpunkten von d und f jeweils ein Kreis mit dem entsprechenden Radius ein. Verbinde den Schnittpunkt mit den beiden Endpunkten.



9.4 ► **Berechnung der zum Verkauf stehenden Fläche** (5P)

1. Schritt: Strecke $\overline{OP}$ berechnen

Der Winkel γ lässt sich über die Winkelsumme im Dreieck berechnen:

$\gamma = 180° - 52° - 52° = 76°$

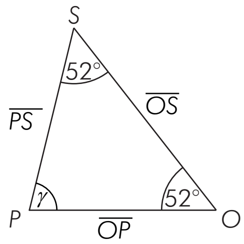
Berechne die Strecke $\overline{OP}$ mit dem Sinussatz:

$$\frac{\overline{OP}}{\sin 52^\circ} = \frac{\overline{OS}}{\sin\gamma} \qquad |\cdot \sin 52^\circ$$

$$\overline{OP} = \frac{\overline{OS}\cdot \sin 52^\circ}{\sin 76^\circ}$$

$$\overline{OP} = \frac{1,53\,\text{km}\cdot 0,788}{0,970}$$

$$\overline{OP} = 1{,}24\ \text{km}$$



2. Schritt: Fläche des Dreiecks berechnen

Berechne die Fläche des Dreiecks mit folgender Formel:

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2}\cdot a\cdot b\cdot \sin\gamma$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2}\cdot \overline{OS}\cdot\overline{OP}\cdot \sin 52^\circ$$

$$A_{\text{Dreieck}} = \frac{1}{2}\cdot 1{,}53\ \text{km}\cdot 1{,}24\ \text{km}\cdot 0,788$$

$$A_{\text{Dreieck}} \approx 0{,}75\ \text{km}^2$$

$$0,1\,\text{km}^2 \mathrel{\hat{=}} 10\,\text{ha}$$

Die schraffierte Fläche ist 75 ha groß.

3. Schritt: Zum Verkauf stehende Fläche berechnen

Berechne 32% der schraffierten Fläche mit einem Dreisatz:

$$\begin{array}{l|ll|l}
 & 100\% & \mathrel{\hat{=}}\ 75\,\text{ha} & \\
:100 & 1\% & \mathrel{\hat{=}}\ 0{,}75\,\text{ha} & :100 \\
\cdot 32 & 32\% & \mathrel{\hat{=}}\ 0{,}75\,\text{ha}\cdot 32 = 24\,\text{ha} & \cdot 32
\end{array}$$

alternativ

$75\,\text{ha}\cdot 0{,}32 = 24\,\text{ha}$

Es werden 24 ha an Gewerbetreibende verkauft.