1. **► Umriss der Luftschiffs skizzieren**

Der Umriss beschreibt eine flächige Darstellung des Luftschiffs, das von der Seite betrachtet wird, wodurch eine Ellipse als Schaubild entsteht.

Um das Luftschiff zu skizzieren, musst zunächst einige Punkte ausmachen, die den Umriss des Luftschiffs beschreiben. Verwende dazu den höchsten Punkt sowie die Spitze und das Heck des Schiffs. Das Koordinatensystem musst du dann noch so skalieren, dass du die Längen des Luftschiffs auch realitätsgetreu auf die Skizze übertragen kannst.

- flächige Darstellung, ellipsenförmig
- Punkte, die den Umriss definieren, festlegen
- Koordinatensystem skalieren, um Skizze realitätsgetreu abzubilden

2.1. **► Symmetrische Funktion zur Darstellung des Luftschiffs**

Ein Drehkörper entsteht dadurch, dass der Graph einer Funktion um die x-Achse gedreht wird und so mit der x-Achse einen Körper bildet.

Der Graph einer ganzrationalen Funktion kann nur dann achsensymmetrisch zur y-Achse sein, wenn der Grad dieser Funktion gerade ist. Also kann nur mit solchen Funktionen ein Drehkörper modelliert, der dem Luftschiff ähnelt.

Die Wahl des Grades der Funktion hängt von den dir gegebenen Bedingungen ab, da eine Funktion immer eine Bedingung mehr braucht, damit sie bestimmt werden, als sie Grade besitzt. Folglich braucht eine unbestimmte Funktion 4. Grades 5 Bedingungen, um eindeutig definiert zu werden.

Aus dem Schaubild der vorherigen Aufgabe kannst du erkennen, dass es einen Hochpunkt und 2 Nullstellen als Bedingung gibt. Beachte hierbei nur den positiven y-Bereich, da dieser nun auch durch die Funktion dargestellt werden soll. Somit hast du 3 Bedingungen, aus denen du nun eine Funktion 2. Grades bilden kannst.

Da du 2 Nullstellen gegeben hast, kannst du die Linearfaktorzerlegung verwenden, deren allgemeine Form für eine Parabel p lautet $p(x) = (x - x_1)(x - x_2) \cdot a$, wobei x_1 und x_2 die Nullstellen bei $x_1 = 6{,}5$ und $x_2 = -6{,}5$ sind und a durch den Hochpunkt bei $H(0 \mid 1{,}625)$ definiert wird.

- Grad der Funktion immer 1 niedriger als Anzahl der Bedingungen
- 3 Bedingungen $\Longrightarrow$ Funktion 2. Grades
- 2 Nullstellen gegeben $\Longrightarrow$ Linearfaktorzerlegung nach $p(x) = (x - x_1)(x - x_2) \cdot a$

2.2 **► ganzrationale Funktion 3. Grades bestimmen**

Für eine ganzrationale Funktion 3. Grades benötigst du 4 Bedingungen, damit du alle Parameter der allgemeinen Form einer Funktion 3. Grades f mit $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$ eindeutig bestimmen kannst.

Gegeben sind dir 3 Punkte, 2 Nullstellen und der Hochpunkt $H(-0{,}5 \mid 1{,}625)$, der in den negativen y-Bereich verschoben wird.

An einer Extremstelle gilt immer $f'(x) = 0$, also dass der Graph der Funktion hier eine waagerechte Tangente besitzt. Somit ergeben sich 4 Bedingungen aus den 3 gegebenen Punkten.

- 4 Bedingungen um alle Parameter zu bestimmen
- allgemeine Form $f(x) = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$
- an Extremstellen: $f'(x) = 0$

3. **▶ Volumen des Luftschiffs berechnen**

Auch die Funktion L wird als Randfunktion angeführt, wodurch auch sie das Volumen des Luftschiffs über einen Rotationskörper beschreibt. Die Formel zur Berechnung eines Rotationskörper lautet $\pi \int_a^b L(x)^2 \mathrm{d}x$, wobei die Grenzen a und b durch die Nullstellen beschrieben werden, da der Rotationskörper um die x-Achse rotiert. Folglich musst du diese zunächst berechnen, da die Aufgabe nicht unbedingt von den Nullstellen aus den vorherigen Aufgabenteilen ausgeht.

- Rotationskörper von L beschreibt Luftschiffvolumen
- Formel zur Berechnung des Rotationskörpers: $\pi \int_a^b L(x)^2 \mathrm{d}x$
- Nullstellen als Grenzen des Integrals

4.1 **▶ Behauptung beurteilen**

Die Behauptung zu beurteilen bedeutet, sich auf die gegebenen Bedingungen zu beziehen und diese zu beweisen oder zu widerlegen. Die Bedingungen sind dir gegeben durch die Abstände der Nullstellen, also dem Abstand der Wände an Heck und Bug zueinander, sowie dem Abstand am höchsten Punkt, also dem Extremum.
Außerdem soll es sich um eine Innenwand handeln, sodass sich die beiden Graphen der Funktionen nie schneiden dürfen.

- Hochpunkte und Nullstellen bestimmen
- Abstände an Hochpunkt und Nullstellen prüfen
- Graphen auf Schnittpunkte innerhalb des untersuchten Bereichs untersuchen

4.2 **▶ Volumen zwischen den beiden Wänden berechnen.**

Der Volumenunterschied zweier Rotationskörper ergibt sich aus der Gleichung

$$\pi \cdot \left(\int_a^b L(x)^2 \mathrm{d}x - \int_{x_0}^{x_1} L_i(x)^2 \mathrm{d}x \right).$$

a und b beschreiben die Nullstellen der Funktion L und x_0 und x_1 die von L_i.