a) ▶ **Geschwindigkeit v in der Startflugphase berechnen** (4P)

Der Parameter t in der Geradengleichung beschreibt die Zeit in Sekunden. Also bewegt sich das Flugzeug in jeder Sekunden einmal um den Richtungsvektor vorwärts.

Die Strecke, die es dabei zurücklegt, entspricht dem **Betrag** des Richtungsvektors.

▶ **Steigungswinkel berechnen**

Es wird davon ausgegangen, dass der Flug des Flugzeugs in der Startflugphase durch die Gerade g beschrieben werden kann. Damit ist der **Steigungswinkel** des **Flugzeugs** gleich dem **Steigungswinkel** der **Geraden** g. Dieser wiederum ist der Winkel α, welcher die **Gerade** mit der **x_1,x_2-Koordinatenebene** einschließt.

Du kannst so vorgehen:

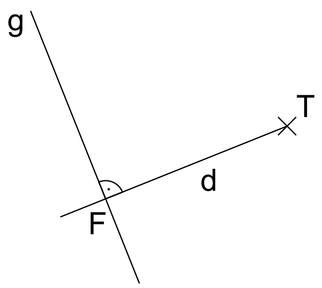
- Bestimme zunächst den Richtungsvektor $\vec{u}$ der Geraden und den Normalenvektor $\vec{n}$ der x_1, x_2-Koordinatenebene.
- Für den Winkel α, den eine Ebene mit einer Geraden einschließt, gilt: $\sin(\alpha) = \dfrac{\vec{u} \circ \vec{n}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{n}|}$.

b) ▶ **Kürzeste Entfernung berechnen** (7P)

Die „kürzeste Entfernung“ ist gerade der **Abstand**. Gesucht ist also der Abstand des Towers von der Flugbahn bzw. der Abstand des Punktes T von der Geraden g. Den Abstand eines Punktes von einer Geraden kannst du auf zwei verschiedene Weisen berechnen; entweder über das **Skalarprodukt** (Lösungsweg A) oder über eine **Hilfsebene** (Lösungsweg B).

▶▶ **Lösungsweg A: Abstand mit Skalarprodukt berechnen**

Der Abstand wird immer **senkrecht** zur Geraden gemessen. Bestimme also den **Lotfußpunkt** F von T auf g. Dann hast du mit F nämlich den Punkt auf der Geraden g gefunden, der die kleinste Entfernung von Punkt T hat. Der **Betrag** des Vektors $\overrightarrow{TF}$ ist dann der Abstand der Gerade g und des Punktes T.



Der Lotfußpunkt F muss zwei Eigenschaften erfüllen:

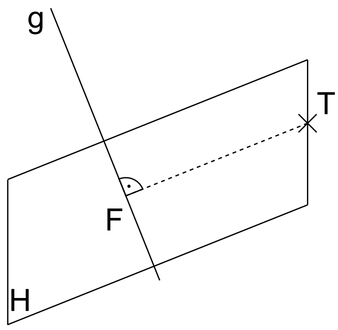
1. Er liegt auf der Geraden g
2. Der Vektor $\overrightarrow{TF}$ muss **senkrecht** zur Richtungsvektor $\vec{u}$ der Geraden g stehen.

Du kannst also so vorgehen:

- Bestimme mithilfe der Geradengleichung zunächst die **allgemeinen** Koordinaten von Punkt F.
- Berechne mithilfe dieses Punktes die Koordinaten von Vektor $\overrightarrow{TF}$
- Dieser Vektor soll mit dem Richtungsvektor $\vec{u}$ der Geraden einen rechten Winkel einschließen. Das ist der Fall, wenn deren Skalarprodukt Null ist. Bestimme also t so, dass gilt: $\overrightarrow{TF} \circ \vec{u} = 0$.
- Berechne zuletzt die genauen Koordinaten des Vektors TF, sowie dessen Betrag, denn es gilt ja: $d(g;T) = \left|\overrightarrow{TF}\right|$.

►► Lösungsweg B: Abstand über Hilfsebene berechnen

Der Abstand wird immer **senkrecht** zur Geraden gemessen. Bestimme also den **Lotfußpunkt** F von T auf g. Dann hast du mit F nämlich den Punkt auf der Geraden g gefunden, der die kleinste Entfernung von Punkt T hat. Der **Betrag** des Vektors $\overrightarrow{TF}$ ist dann der Abstand der Gerade g und des Punktes T.



Der Lotfußpunkt F muss zwei Eigenschaften erfüllen:

1. Er liegt auf der Geraden g
2. Der Vektor $\overrightarrow{TF}$ muss **senkrecht** zur Richtungsvektor $\vec{u}$ der Geraden g stehen.

Du kannst also so vorgehen:

- Bestimme die Gleichung einer **Hilfsebene** H, welche den Punkt T enthält und senkrecht zur Geraden g verläuft. Als Aufpunkt der Ebene kannst du T wählen, und als Normalenvektor der Richtungsvektor $\vec{u}$ der Geraden.
- Berechne den **Schnittpunkt** der Hilfsebene H und der Geraden g. Dies ist gerade der **Lotfußpunkt** F.
- Berechne zuletzt die Koordinaten des Vektors TF, sowie dessen Betrag, denn es gilt ja: $d(g;T) = \left|\overrightarrow{TF}\right|$.

c) **► Geschwindigkeit des Flugzeugschattens bestimmen** (10P)

In unserem Fall wird das Flugzeug durch einen **Punkt** beschrieben. Der Schatten dieses Punktes kommt zustande, indem die Sonnenstrahlen diesen Punkt entlang des Vektors $\vec{s}$ in die x_1,x_2-Koordinatenebene projizieren. Da in der Aufgabenstellung davon ausgegangen wird, dass das Flugzeug mit gleichbleibender Geschwindigkeit fliegt, bewegt sich auch der **Schatten** mit gleichbleibender Geschwindigkeit fort.

Du kannst so vorgehen:

- Bestimme die Position des Flugzeugs zu zwei beliebigen Zeitpunkten, z.B. zum Zeitpunkt $t = 0$ und $t = 1$. Die Koordinaten des Flugzeuges erhältst du durch Einsetzen der t-Werte in die Geradengleichung von g.
- Berechne die Koordinaten der zugehörigen Schattenpunkte S_1 und S_2.
- Berechne im letzten Schritt den **Abstand** dieser beider Schattenpunkte und teile diesen durch die **Zeit**, die das Flugzeug für diese Strecke gebraucht hat. So erhältst du die Geschwindigkeit des Schattens in $\frac{\text{m}}{\text{s}}$.

▶ Aspekte erläutern, welche die Geschwindigkeit beeinflussen

In diesen vereinfachten Modell ist das Flugzeug, sowie sein Schatten nur als **Punkt** dargestellt, das mit vollkommen gleichbleibender Geschwindigkeit fliegt. Außerdem wird die Erde mit der x_1,x_2-Koordinatenebene als vollständig flach und ungekrümmt angenommen.
Überlege, wodurch sich diese Situation maßgeblich von der Realität unterscheidet und welche Faktoren in der Realität die Geschwindigkeit des Flugzeugschattens beeinflussen können.

d) **▶ Abstand der beiden Flugzeuge bestimmen** (9P)

Setze jeweils $t = 0$ in die Gleichung der beiden Geraden ein und erhalte so die beiden Punkte F_1 und F_2. Der Abstand der beiden Punkte ist gerade der Betrag des Vektors $\overrightarrow{F_1F_2}$:

▶ Zeitpunkt des kleinsten Abstandes berechnen

Achte zunächst auf die Aufgabenstellung: Gefragt ist **nicht** nach dem kleinsten Abstand der beiden Geraden! Gefragt ist nach dem kleinsten Abstand der Punkte für den gleichen Wert von t.
Wir wollen die beiden Flugzeugpostionen wieder mit F_1 und F_2 bezeichnen. Du kannst so vorgehen:

- Bestimme zunächst die allgemeinen Koordinaten von F_1 und F_2.
- Berechne dann in Abhängigkeit von t den **Abstand** $d(t)$ der beiden Punkte.
- Gesucht ist t so, dass dieser Abstand **minimal** wird. Berechne also das **Minimum** der Funktion d.