1. Musikfestival

a) Aussage des Veranstalters untersuchen (2 Punkte)

Ein 3-Tages-Ticket kostet dich 90€.

Drei 1-Tages-Tickets würden dich $3 \cdot 35€ = 105€$ kosten.

Nun musst du zeigen, ob 90€ wirklich 25% weniger sind als 105€.

Dazu kannst du berechnen, wie viel 25% von 105€ sind. Diesen Betrag ziehst du dann von 105€ ab. Erhältst du mehr oder gleich viel wie 90€, so hat der Veranstalter Recht.

Der Grundwert $G = 105€$ sowie der Prozentsatz $p\% = 25\%$ sind gegeben.

Über zwei Möglichkeiten kannst du den Prozentwert berechnen:

1. Möglichkeit - Dreisatz

$$\begin{array}{r|lcl|l} & 100\% & \widehat{=} & 105€ & \\ :100 & 1\% & \widehat{=} & 105€ : 100 = 1,05€ & :100 \\ \cdot 25 & 25\% & \widehat{=} & 1,05€ \cdot 25 = 26,25€ & \cdot 25 \end{array}$$

2. Möglichkeit - Formel

$$P = \frac{G}{100} \cdot p\%$$

$$P = \frac{105€}{100} \cdot 25\%$$

$$P = 26,25€$$

25% weniger von 105€ ergeben also $105€ - 26,25€ = 78,75€$. Da du jedoch 90€ zahlst, sparst du auf keinen Fall 25%.

Der Veranstalter hat nicht Recht und versucht möglicherweise zu täuschen.

b) Kreisdiagramm erstellen (2 Punkte)

Um ein Kreisdiagramm zu erstellen, benötigst du die Mittelpunktswinkel. Diese erhältst du über den Dreisatz.

Wir zeigen dir das am Beispiel von 2008:

2008 waren es insgesamt 5000 Besucher. Diese 5000 Besucher entsprechen 360°.

1. „$<$ 18 Jahre“ abtragen:

Der Anteil von 500 Festivalbesuchern zu insgesamt 5000 Festivalbesuchern wird auf 360° übertragen, in dem du den Dreisatz anwendest.

$$\frac{500}{5000} \cdot 360° = \frac{1}{10} \cdot 360° = 36°$$

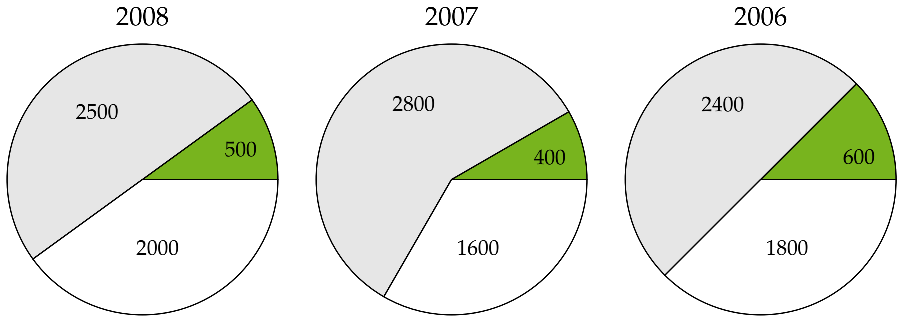
2. „18 − 22 Jahre“ abtragen:

$$\frac{2500}{5000} \cdot 360° = \frac{1}{2} \cdot 360° = 180°$$

1. „$>$ 22 Jahre“ abtragen:

$$\frac{2000}{5000} \cdot 360° = \frac{2}{5} \cdot 360° = 144°$$

Mit den anderen Jahren verfährst du genauso.



Legende:

grün (dunkel) $\hat{=}$ „< 18 Jahre"; grau (hell) $\hat{=}$ „18 – 22 Jahre"; weiß $\hat{=}$ „> 22 Jahre"

Vermutung angeben

Der Veranstalter kann schnell ablesen, wie sich die Besucherzahlen ändern. So kann er erkennen, dass 2008 mehr über 22-jährige kamen als ein Jahr zuvor.

Mit diesen Daten kann der Veranstalter z.B. das Festival für das nächste Jahr besser planen.

c) **Diagramm bestimmen** (2 Punkte)

Diagramm 2 ist das passende Diagramm.

Begründung: Da die gesamte Besucherzahl von Jahr zu Jahr gleich bleibt oder anwächst, scheidet Diagramm 3 aus, denn hier fällt das Schaubild zeitweise. Beim ersten Diagramm ist der Anstieg vom Jahr 2007 zum Jahr 2008 zu groß. Das kannst du daran erkennen, dass sich hier die Besucherzahlen fast verdoppeln, was laut Angabe aber nicht stimmt.

2. Die Pyramiden von Gizeh

a) **Anzahl Autos bestimmen** (2 Punkte)

Das Gewicht aller Autos muss gleich dem Gewicht aller Steinblöcke sein.

Wie viele Autos braucht man also, um das Gewicht von $2,4$ Millionen Steinblöcken zu erreichen?

Dazu musst du erst einmal das Gewicht aller Steinblöcke kennen:

$2,4$ Millionen Steinblöcke $\cdot\ 2,4$ Tonnen $= 5,76$ Millionen Tonnen $= 5.760.000$ Tonnen

Nun kannst du das Gesamtgewicht durch das Gewicht eines einzelnen Autos teilen. Dazu benötigst du jedoch die gleiche Einheit. Deshalb kannst du z.B. die 800kg in $0,8$ Tonnen umwandeln.

Jetzt kannst du die Anzahl der Autos berechnen:

$5.760.000$ Tonnen : $0,8$ Tonnen $= 7.200.000$ Autos

Somit entsprechen $7,2$ Millionen Autos den Steinblöcken, die die Ägypter von Hand mit Hilfe mechanischer Geräte transportieren mussten.

b) **Höhe der Pyramide berechnen** (2 Punkte)

Die Höhe einer beliebigen Pyramide kannst du über das Volumen berechnen. Kennst du das Volumen und die Grundfläche der Pyramide, so kannst du die Höhe berechnen. Stelle dazu die Volumenformel nach h um.

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}a^2 \cdot h \quad | \text{ Seiten der Gleichung vertauschen} \\ \frac{1}{3}a^2 \cdot h &= V \quad | \cdot 3 \\ a^2 \cdot h &= 3 \cdot V \quad | : a^2 \\ h &= \frac{3 \cdot V}{a^2} \end{aligned}$$

Die Grundseite a ist mit $a = 230m$ gegeben. Was dir noch fehlt ist das Volumen:

2,4 Millionen Steinblöcke $\cdot 1m^3 = 2,4$ Millionen $m^3 = 2.400.000m^3$

$$h = \frac{3 \cdot V}{a^2}$$

$$h = \frac{3 \cdot 2.400.000m^3}{(230m)^2} = \frac{7.200.000m^3}{52.900m^2} \approx 136,1m$$

Die Pyramide ist demnach etwa $136,1m$ hoch.

c) **Anzahl Fußballfelder bestimmen** (2 Punkte)

Geht man davon aus, dass ein Steinblock aus einem Quader mit den Maßen $1m \times 1m \times 1m$ besteht, so würden alle Steinblöcke aneinander gereiht eine Länge von 2,4 Millionen Meter ergeben.

Interessanter Hinweis: Das entspricht einer Länge von 2.400 Kilometer, was etwa 2,4 mal der Länge von Deutschland entspricht.

Da ein Steinblock $1m$ breit ist, entspricht das einer Fläche von

2,4 Millionen Quadratmeter.

Ein Fußballfeld besitzt eine Fläche von $60m \cdot 120m = 7.200m^2$. Die Steinblöcke belegen eine Fläche von $2.400.000m^2$. Um zu berechnen, wie viele Fußballfelder in diese Fläche passen, teilst du die Gesamtfläche durch die Teilfläche.

$2.400.000m^2 : 7.200m^2 = 333,\overline{3}$, was etwa 333 Fußballfelder entspricht.

3. Berlinreise

a) **Flugstrecke berechnen** (2 Punkte)

$650km/h$ bedeutet, dass man $650km$ in 1 Stunde fliegt. Nun fliegt Murat jedoch 1,5 Stunden. Wie viele Kilometer legt er demnach zurück?

Diese Aufgabe kannst du z.B. über den Dreisatz lösen:

$$\begin{aligned} 1h &\mathrel{\widehat{=}} 650km \\ 1,5h &\mathrel{\widehat{=}} 650km \cdot 1,5 = 975km \end{aligned} \qquad (\cdot 1,5 \text{ auf beiden Seiten})$$

Murat fliegt also eine Strecke von $975km$.

Fahrtdauer berechnen

Die Gesamtstrecke beträgt $975km$. Du weißt, dass das Auto $80km$ in 1 Stunde fährt. Nun möchte Murat jedoch nicht $80km$, sondern $975km$ fahren. Um diese Aufgabe zu lösen, kannst du z.B. wieder den Dreisatz anwenden. Zuvor rechnest du am besten die 1 Stunde in 60 Minuten um.

$$\begin{array}{lll} & 80km & \widehat{=}\ 60min \\ :80 & 1km & \widehat{=}\ 60min : 80 = 0,75min & :80 \\ \cdot 975 & 975km & \widehat{=}\ 0,75min \cdot 975 = 731,25min & \cdot 975 \end{array}$$

Diese Zahl sieht nun nicht wirklich schön aus, daher rechnest du diese am besten in Stunden um.

$731,25min$ entspricht $731,25min : 60 = 12,1875h$

Es ist nicht so schön, dass die Zahl Nachkommastellen hat.

Was sind schon $0,1875$ Stunden?

Um $0,1875$ Stunden in Minuten umzurechnen, multiplizierst du diese

Zahl mit 60.

$0,1875h \cdot 60 = 11,25min$

Nun kannst du die $0,25$ Minuten noch in Sekunden umrechnen:

$0,25min \cdot 60 = 15s$

Somit braucht Murat für die Gesamtstrecke $12h$ $11min$ und $15s$, wobei man die 15 Sekunden vernachlässigen kann, da Murat aufgrund von Pausen bestimmt sowieso etwas länger braucht.

b) **Begründen, welche Möglichkeit billiger ist** (2 Punkte)

Du weißt, dass das Auto auf $100km$ 8 Liter Benzin verbraucht. Wie viel verbraucht das Auto dann auf $980km$? Du hast drei gegebene Werte und benötigst den vierten Wert, nämlich die Anzahl von Litern. Also kannst du hier den Dreisatz anwenden:

$$\begin{array}{lll} & 100km & \widehat{=} 8 \text{ Liter} \\ :100 & 1km & \widehat{=} 0,08 \text{ Liter} & :100 \\ \cdot 980 & 980km & = 0,08 \text{ Liter} \cdot 980 = 78,4 \text{ Liter} & \cdot 980 \end{array}$$

Ein Liter kostet $1,30€$. Also kosten $78,4$ Liter $78,4 \cdot 1,30€ = 101,92€$

Teilt man dies auf 4 Personen auf, kostet das jede Person $101,92€ : 4 = 25,48€$. Es ist auf jeden Fall billiger, das Auto zu nehmen. Allerdings muss man noch die Abnutzung des Autos berücksichtigen. Außerdem kann es auch sein, dass Murat und die Familie seiner Freundin lieber schneller in Berlin sein wollen, was auf jeden Fall mit dem Flugzeug der Fall ist.

c) **Maximaler Preis des Tickets bestimmen** (2 Punkte)

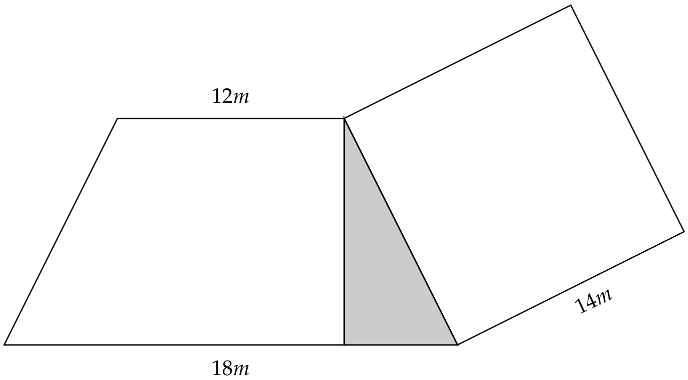
Fünf Personen kosten jeweils $45€$. Zusammen beträgt der Zugpreis also $45€ \cdot 5 = 225€$. Man muss für fünf Person bezahlen, auch wenn man nur zu viert ist. Denn das Angebot gilt nur, wenn 5 Personen gemeinsam kaufen.

Da Murat, seine Freundin und ihre Eltern nur 4 Personen sind, kostet das Bahnticket für jede Person $225€ : 4 = 55,25€$.

Der Flug kostet pro Person 70€. Das Ticket für die S-Bahn darf also maximal 70€ − 55,25€ = 14,75€ kosten.

4. Neues Haus

a) **Grundstückspreis berechnen** (2 Punkte)



Um den Grundstückspreis berechnen zu können, benötigst du die Fläche des Trapezes und des Quadrats. So kannst du die Gesamtfläche ausrechnen und berechnen, wie hoch der Preis insgesamt ist.

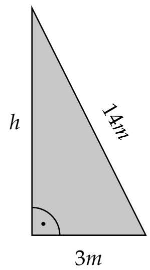
Die Fläche des Quadrats hast du schnell berechnet:

$A_{Quadrat} = a^2 = (14m)^2 = 196m^2$

Um die Fläche des Trapezes berechnen zu können, fehlt dir noch die

Höhe des Trapezes.

Diese kannst du mit Hilfe des rechtwinkligen Dreiecks bestimmen. Du hast zwei Seiten gegeben und kannst dann über den Satz des Pythagoras die dritte Seite, nämlich die Höhe h, berechnen.



Die Angabe $3m$ erhältst du, in dem du die obere Kante des Trapezes (siehe Schaubild in der Aufgabenstellung) von der unteren Kante abziehst und dann das Ergebnis durch 2 teilst.

Da es sich um ein rechtwinkliges Dreieck handelt, kannst du den Satz des Pythagoras anwenden:

$$\begin{aligned} h^2 + (3m)^2 &= (14m)^2 && \mid -(3m)^2 \\ h^2 &= (14m)^2 - (3m)^2 \\ h^2 &= 196m^2 - 9m^2 = 187m^2 && \mid \text{Wurzel ziehen} \\ h &= 13,67m \end{aligned}$$

Somit kannst du über die Formel $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$ die Fläche des Trapezes berechnen:

$$A_{Trapez} = \frac{18m + 12m}{2} \cdot 13,67m = 205,05m^2$$

Die Gesamtfläche erhältst du, indem du die Fläche des Trapezes und die Fläche des Quadrats addierst:

$A_{gesamt} = A_{Trapez} + A_{Quadrat} = 205,05m^2 + 196m^2 = 401,05m^2$

Das Grundstück hat also insgesamt eine Fläche von $401,05m^2$. Ein Quadratmeter kostet 200€. Also multiplizierst du 200€ mit $401,05$ und erhältst somit den Gesamtpreis:

$200€ \cdot 401,05 = 80.210€$

Das Grundstück kostet 80.210€. Ganz schön viel Geld, wenn man daran denkt, dass du bei einem Ferienjob in der Stunde durchschnittlich 8€ verdienst.

b) **Zeigen, ob der Abstand möglich ist** (2 Punkte)

Die Trapezfläche beträgt $A_{Trapez} = \dfrac{18m + 12m}{2} \cdot 14m = 210m^2$.
Das Haus soll eine quadratische Grundfläche haben, hat also die Fläche $A_{Haus} = a^2$. Die Fläche des Hauses beträgt 80% der Fläche des Trapezes.
$A_{Haus} = \frac{p}{100} \cdot 210m^2 = \frac{80}{100} \cdot 210m^2 = 168m^2$
Nun kannst du die Grundseite berechnen: $168m^2 = a^2$. Diese Gleichung kannst du durch Wurzelziehen auflösen. Somit erhältst du $a = 12,96m$.
Die Höhe des Trapezes beträgt $h = 14m$ (siehe Aufgabenteil a).
Wenn der Abstand jedoch 2 Meter nach oben und nach unten sein soll, darf die Grundfläche des Hauses höchstens $14m - 4m = 10m$ lang sein.
Es ist also nicht möglich, dass die Grundfläche des Hauses 80% der Trapezfläche beträgt und gleichzeitig von oben und unten 2 Meter vom Grundstücksrand entfernt ist.

c) **Überprüfen, ob 2.000€ ausreichen** (2 Punkte)

Berechne im ersten Schritt die Fläche des Gartens. Du kannst hier die Formel für den Flächeninhalt des Parallelogramms verwenden.

$A_P = a \cdot h$ (Werte einsetzten) A_P=15m · 9m A_P=135m^2

Im nächsten Schritt möchtest du wissen, wie viele Quadratmeter des Gartens mit Pflanzen und Rasen bedeckt sind.

$A_{Pflanzen} = A_P \cdot 20\% = A_P \cdot 0,2$
$A_{Pflanzen} = 135\text{m}^2 \cdot 0,2$
$A_{Pflanzen} = 27\text{m}^2$

$A_{Rasen} = A_P - A_{Pflanzen} - A_{Steinplatten}$
$A_{Rasen} = 135\text{m}^2 - 27\text{m}^2 - 25\text{m}^2$
$A_{Rasen} = 83\text{m}^2$

Nun kannst du im letzten Schritt die Kosten berechnen

$K_{Garten} = K_{Pflanzen} + K_{Steinplatten} + K_{Rasen}$
$K_{Garten} = 27\text{m}^2 \cdot 30€/\text{m}^2 + 25\text{m}^2 \cdot 20€/\text{m}^2 + 83\text{m}^2 \cdot 10€/\text{m}^2$
$K_{Garten} = 810€ + 500€ + 830€$
$K_{Garten} = 2.140€$

2.000€ reichen nicht aus, um den Garten nach den Wünschen des Vaters einzurichten.