

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(5; -1; 0)$, $B(5; 6; 0)$, $C(4; 5; 3)$, $D(4; 0; 3)$ und $P(-5; 7; 0)$ gegeben. Die Punkte A , B , C und D liegen in ein und derselben Ebene.

- a) Weisen Sie nach, dass das Viereck $ABCD$ ein gleichschenkliges Trapez ist. (7BE)

Berechnen Sie den Flächeninhalt dieses Trapezes.

Auf der Seite \overline{AB} des Trapezes $ABCD$ existiert genau ein Punkt F so, dass das Viereck $AFCD$ ein Parallelogramm ist.

Ermitteln Sie die Koordinaten des Punktes F .

- b) Auf der Geraden durch die Punkte A und D existiert genau ein Punkt Q so, dass das Dreieck ABQ gleichschenklilig mit der Basis \overline{AB} ist. (4BE)

Berechnen Sie die Koordinaten des Punktes Q .

Geben Sie einen Näherungswert für die Größe des Basiswinkels α des Dreiecks ABQ an.

- c) Jemand soll die Koordinaten eines auf der Geraden g durch die Punkte B und P liegenden Punktes R ermitteln, der vom Punkt B den Abstand $2\sqrt{101}$ hat. (4BE)

Er schlägt folgende Lösungsschritte vor:

(1) Ermitteln des Vektors $\vec{BP} = \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(2) Ermitteln des zum Vektor \vec{BP} gehörenden Einheitsvektors $\vec{BP}_0 = \frac{1}{\sqrt{101}} \begin{pmatrix} -10 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

(3) Verlängern des Vektors \vec{BP}_0 um den Faktor $2\sqrt{101}$.

(4) Der so erhaltene Vektor $\begin{pmatrix} -20 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ ist der Ortsvektor des gesuchten Punktes R .

Treffen Sie für jeden der Lösungsschritte eine begründete Aussage über seine Richtigkeit und korrigieren Sie gegebenenfalls falsche Schritte.

(15BE)