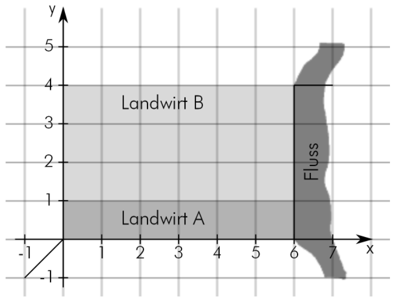
1. In der Zeichnung sind das bereits gebaute Teilstück einer Landstraße sowie eine Brücke über den Fluss dargestellt (1 Einheit entspricht 100 m). Das Endstück der Landstraße $P(0 \mid 0)$ soll nun ohne Knick mit dem Anfang der Brücke $Q(6 \mid 4)$ verbunden werden. (18BE)



1.1 Bestimmen Sie eine ganzrationale Funktion f mit möglichst niedrigem Grad, die den Straßenverlauf beschreibt und erläutern Sie Ihren Ansatz.
Falls Sie diese Aufgabe nicht bearbeitet haben, verwenden Sie im Folgenden die (mit der Lösung von Aufgabe 1.1 nicht identische) Ersatzfunktion h mit $h(x) = -0{,}01x^3 + \frac{77}{75}x$.

1.2 Untersuchen Sie, ob der Graph der Funktion auf den relevanten Intervall eine Linkskurve enthält.

2. Um die Gesamtkosten abschätzen zu können, muss die Länge der geplanten Straße ermittelt werden. (14BE)
Eine exakte Berechnung der Länge L eines Kurvenstücks im Intervall $[a;b]$ erfolgt mit der Formel: $L = \int_a^b \sqrt{1+[f'(x)]^2}\,dx$, wobei f die Kurve beschreibt.
Da die Berechnung des Integrals im Allgemeinen schwierig ist, wird auf Näherungsverfahren zurückgegriffen. Zwei mögliche Verfahren werden hier beschrieben:

- Die Straßenlänge wird ermittelt, indem man die beiden Teilstücke von $P(0 \mid 0)$ bis $R(3 \mid f(3))$ und von R bis $Q(6 \mid 4)$ jeweils mit einem Geradenstück annähert und deren Länge berechnet.
- Das Integral L wird mithilfe der Kepler'schen Fassregel ausgewertet:
$$L = \int_a^b g(x)\,dx \approx \frac{1}{6} \cdot (b-a) \cdot \left[g(a) + 4 \cdot g\left(\frac{a+b}{2}\right) + g(b)\right]$$

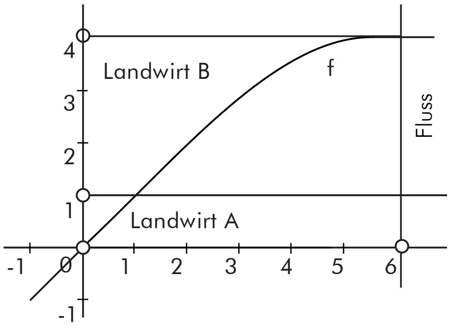
Mit einem aufwändigeren Verfahren errechnet ein Computer für das Integral L den Wert $L \approx 7{,}38$. Entscheiden Sie durch Rechnung, welches der angegebenen Näherungsverfahren ein Ergebnis liefert, das näher am Computerergebnis liegt.

3. Nach dem Bau der Straße ist es sinnvoll, die Felder neu aufzuteilen. (8BE)
Erklären Sie ohne eigene Rechnung, was jeweils in den folgenden Gleichungen berechnet wird, und skizzieren Sie die entsprechenden Gebietsaufteilungen in Material 1.

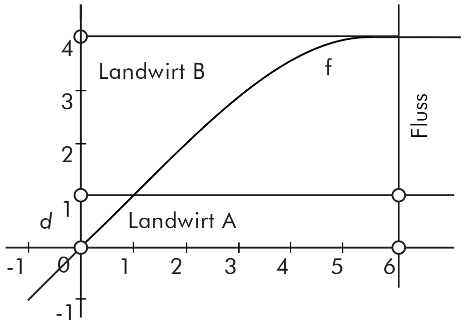
(1) $\int_0^a \mathrm{f}(x)\,dx + (6-a) \cdot f(a) = 6 \;\Rightarrow\; a \approx 1{,}11$

(2) $\int_0^a (f(a) - f(x))\,dx = 6 \;\Rightarrow\; a \approx 3{,}9$

Material 1



Skizze zu Gleichung (1)



Skizze zu Gleichung (2)