

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Eckpunkte eines Tetraeders *) $H_1(6 | 0 | 0)$, $H_2(0 | 6 | 0)$, $H_3(0 | 0 | 6)$ und $H_4(6 | 6 | 6)$ sowie der Punkt $C(3 | 3 | 3)$ gegeben.

- a) Die Punkte C , H_1 und H_2 bestimmen eine Ebene E . (9BE)

Zeigen Sie, dass der Vektor $\overrightarrow{H_3H_4}$ ein Normalenvektor dieser Ebene ist und geben Sie eine Koordinatengleichung dieser Ebene an.

Berechnen Sie die Koordinaten des Durchstoßpunktes der Strecke $\overline{H_3H_4}$ durch die Ebene E und charakterisieren Sie dessen spezielle Lage auf dieser Strecke.

Schlussfolgern Sie die Lage der Punkte H_3 und H_4 zur Ebene E .

- b) Im Modell eines Methanmoleküls befinden sich die Wasserstoffatome in den Eckpunkten $H_i (i = 1; 2; 3; 4)$ und das Kohlenstoffatom im Mittelpunkt C eines Tetraeders. Der Winkel α heißt Bindungswinkel zwischen dem Kohlenstoffatom und jeweils einem Wasserstoffatom (siehe Abbildung). (3BE)

Berechnen Sie das Gradmaß des Bindungswinkels α .

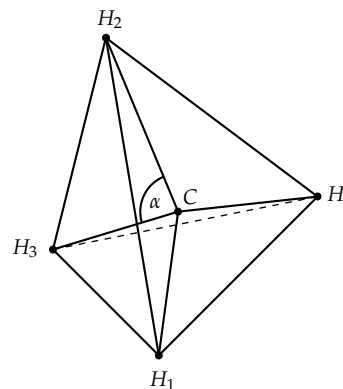
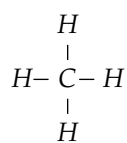


Abb.: Methanmolekül (nicht maßstäblich)

- c) Projiziert man die Punkte $H_i (i = 1; 2; 3; 4)$ und den Punkt C durch senkrechte Parallelprojektion in die x - y -Ebene, so erhält man die Bildpunkte $H'_1(6 | 0 | 0)$, $H'_2(0 | 6 | 0)$, $H'_3(0 | 0 | 0)$, H'_4 und C' . (3BE)

Zeigen Sie, dass durch diese Projektion folgende Strukturformel des Methanmoleküls aus geometrischer Sicht gerechtfertigt ist.



*) Ein Tetraeder ist ein Körper, der von vier gleichseitigen Dreiecken begrenzt wird.