### ► Den Inhalt der Fläche berechnen (10BE)

Zunächst müssen wir die Funktionsgleichung von den beiden Geraden ($\overline{AB}$ und $\overline{BC}$) und der Parabel aufstellen.

Da der $y$-Achsenabschnitt $9,5$ ist und die Nullstellen $-2,5$ und $+2,5$ sind, beträgt die Steigung der Geraden $\pm\frac{9,5}{2,5} = \pm 3,8$. Die Funktionsgleichungen der Geraden lauten wie folgt:

$f(x) = mx + c \Longrightarrow f(x) = \pm 3,8x + 9,5$

Von der Parabel wissen wir, dass sie symmetrisch zur $y$-Achse ist, die Nullstelle $x = 2,5$ besitzt und die Steigung in diesem Punkt $-3,8$ ist.

$g(x) = ax^2 + c \Longrightarrow g'(x) = 2ax$

$g(2,5) = 0 \Longrightarrow a \cdot 2,5^2 + c = 0$

$g'(2,5) = -3,8 \Longrightarrow 2 \cdot 2,5a = -3,8 \Longrightarrow a = -0,76$

$a$ einsetzen in $g(2,5)$

$-0,76 \cdot 2,5^2 + c = 0 \Longrightarrow c = 4,75$

$a$ und $c$ einsetzen in $g(x)$. Die Gleichung der Parabel lautet somit $g(x) = -0,76x^2 + 4,75$

Bei der Flächenberechnung berücksichtigen wir hier nur den ersten Quadranten und multiplizieren das Ergebnis mit 2, da der erste Quadrant symmetrisch zum zweiten Quadrant ist. Der gesuchte Flächeninhalt ist die Differenz aus $f(x)$ und $g(x)$.

$$\begin{aligned}
A &= 2 \cdot \int_0^{2,5} \left(f(x) - g(x)\right) dx \\
&= 2 \cdot \int_0^{2,5} \left((-3,8x + 9,5) - \left(-0,76x^2 + 4,75\right)\right) dx \\
&= 2 \cdot \int_0^{2,5} \left(0,76x^2 - 3,8x + 4,75\right) dx \\
&= 2 \cdot \left[\frac{0,76}{3}x^3 - \frac{3,8}{2}x^2 + 4,75x\right]_0^{2,5} \\
&= 2 \cdot \frac{0,76}{3} \cdot 2,5^3 - \frac{3,8}{2} \cdot 2,5^2 + 4,75 \cdot 2,5 - \left(\frac{0,76}{3} \cdot 0^3 - \frac{3,8}{2} \cdot 0^2 + 4,75 \cdot 0\right) \\
&= 2 \cdot \frac{0,76}{3} \cdot 2,5^3 - \frac{3,8}{2} \cdot 2,5^2 + 4,75 \cdot 2,5 \approx 7,92
\end{aligned}$$

Der Inhalt der zu vergoldenden Fläche beträgt $7,92\,\text{cm}^2$.