

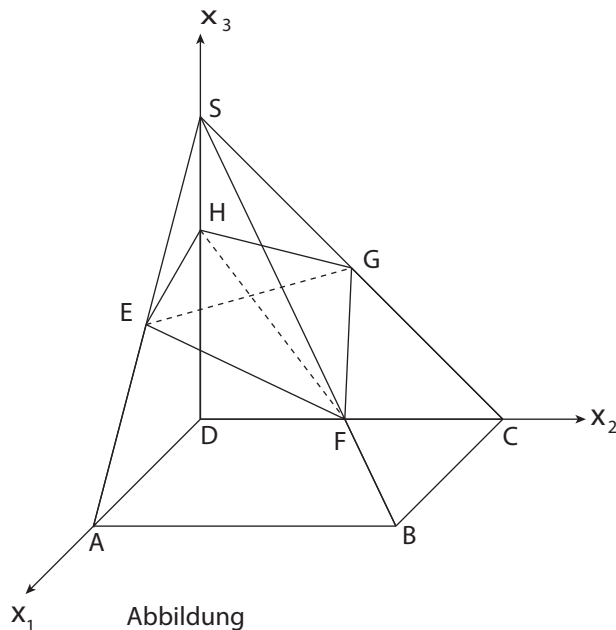
Ein Designer erhält von einer Süßwarenfirma den Auftrag, eine neue Schachtel für ihre Schokolinsen zu entwerfen.

Der Entwurf sieht vor, dass die Schachtel Teil einer Pyramide mit quadratischer Grundfläche ist. Durch den Schnitt mit einer geeigneten Ebene entsteht als Schnittfläche die viereckige Deckfläche der Schachtel.

Im verwendeten kartesischen Koordinatensystem hat die Grundfläche der Pyramide die Eckpunkte $A(8|0|0)$, $B(8|8|0)$, $C(0|8|0)$, $D(0|0|0)$, ihre Spitze ist der Punkt $S(0|0|8)$.

Die Schnittebene E_{EGH} wird festgelegt durch die Punkte $E(4|0|4)$, $G(0|4|4)$ und $H(0|0|5)$ (alle Angaben sind in cm).

Die Schachtel ist dann der Körper mit den Eckpunkten A, B, C, D, E, F, G, H .



- a) (1) Geben Sie Breite und Höhe der Schachtel an. (18P)
- (2) Geben Sie eine Parametergleichung der Ebene E_{EGH} an und bestimmen Sie eine Koordinatengleichung dieser Ebene.
 [Zur Kontrolle: $E_{EGH}: x_1 + x_2 + 4 \cdot x_3 = 20$]
- (3) Das Viereck $EFGH$ bildet die Deckfläche der Schachtel. Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes F .
 [Zur Kontrolle: $F(6|6|2)$]
- (4) Prüfen Sie, ob die Deckfläche der Schachtel parallel zu ihrer Grundfläche ist.
- b) Entlang der beiden Diagonalen der Deckfläche (Viereck $EFGH$) soll die Schachtel geöffnet werden können. (17P)
- (1) Zeigen Sie, dass die Diagonalen orthogonal sind.
- (2) Berechnen Sie die Länge der beiden Diagonalen und bestimmen Sie die Koordinaten ihres Schnittpunktes V .
- (3) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Deckfläche.



- c) In einem zweiten Entwurf der Schachtel wird die Deckfläche und damit die Form der Schachtel folgendermaßen geändert: Die neue Deckfläche entsteht durch den Schnitt der bekannten Pyramide $ABCD$ mit der Ebene $E' : x_3 = 4$ (15P)
- (1) Weisen Sie nach, dass die neuen Punkte $F'(4 | 4 | 4)$ und $H'(0 | 0 | 4)$ sowie die schon bekannten Punkte E und G Eckpunkte der neuen Deckfläche sind.
 - (2) Untersuchen Sie, welche Form die neue Deckfläche (Viereck $EF'GH'$) hat.
 - (3) Ermitteln Sie mit Hilfe der Anschauung, welche Bedingungen eine Ebene erfüllen muss, damit durch den Schnitt dieser Ebene mit der Pyramide $ABCD$ eine Schachtel mit quadratischer Deckfläche entsteht.