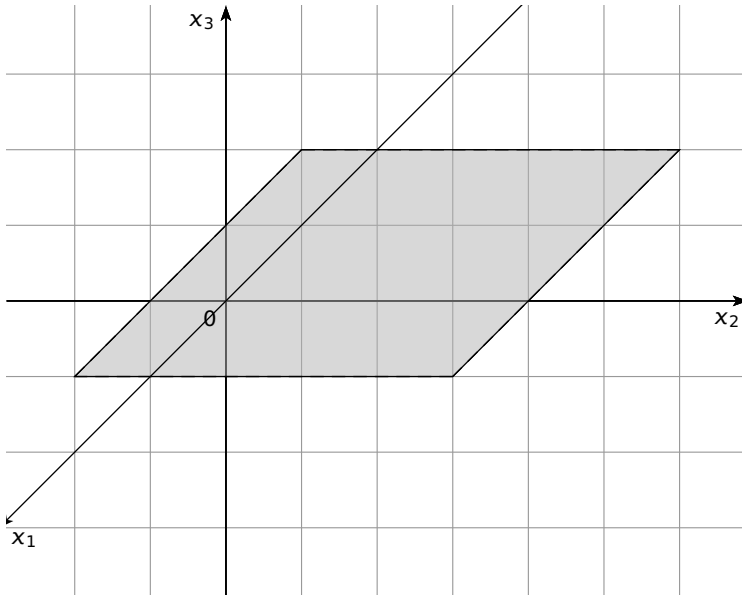


2.1 ► **Begründung, dass die Platte parallel zur  $x_1x_2$ -Ebene liegt**

(3P)

Die Tischtennisplatte liegt in einer Ebene, die durch die Punkte  $A$ ,  $B$  und  $D$  eindeutig definiert ist.

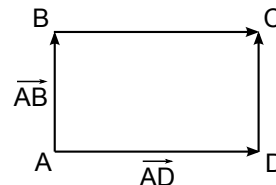
Diese Ebene soll nun parallel zur  $x_1x_2$ -Ebene sein. Eine mögliche Ebene ist im Schaubild unten abgebildet:



Alle Punkte einer solchen Ebene besitzen die gleiche  $x_3$ -Koordinate. Wenn dies auch für die drei Eckpunkte des Tischtennisplatte gilt, so ist die Ebene parallel zur  $x_1x_2$ -Ebene.

► **Koordinaten von C**

Die Tischtennisplatte stellt ein Rechteck mit der Breite  $AB$  und der Länge  $AD$  dar. Von oben betrachtet sieht die Platte dann wie folgt aus:



Man kommt also vom Ursprung zum Punkt  $C$  durch Ansetzen der folgenden Vektor-kette:

$$\vec{OB} + \vec{AD} = \vec{OC}.$$

Bestimme die nun die Vektoren  $\vec{OB}$  und  $\vec{AD}$  und berechne den Ortsvektor und damit die Koordinaten von  $C$ .

2.2 ► **Gleichung der Ebene, in der das Netz verläuft**

(4P)

In der Abbildung der Aufgabenstellung kannst du das Netz erkennen. Um eine Gleichung einer Ebene  $H$ , in der dieses verläuft, aufzustellen, werden drei Punkte der Ebene benötigt, die gemeinsam ein Dreieck bilden, also nicht in einem Punkt oder auf einer Geraden liegen.

Wir wissen, dass das Netz in der Mitte der Platte platziert ist, das heißt, dass zwei Punkte  $M$  und  $N$  der Ebene sich jeweils auf dem Mittelpunkt von  $AD$  und  $BC$  befinden, sie haben allgemein die Koordinaten:

$$M(m_1 | m_2 | m_3) \quad \text{und} \quad N(n_1 | n_2 | n_3).$$

Zudem ist die Höhe des Netzes  $H$  zu  $h = 15,25$  cm gegeben, ein dritter geeigneter Punkt  $P$  liegt daher direkt über  $M$ . Da die Platte parallel zur  $x_1x_2$ -Ebene steht, unterscheidet sich  $P$  von  $M$  nur bezüglich der  $x_3$ -Koordinate. Bei  $P$  ist sie um  $h$  größer. Daraus folgt für die Koordinaten von  $P$ :

$$P(m_1 | m_2 | m_3 + h).$$

Sind die Punkte gefunden, kannst die Parametergleichung von  $H$  aufstellen.

Eine Parametergleichung hat allgemein die Form:

$$H: \vec{x} = \overrightarrow{\text{Stützvektor}} + r \cdot \overrightarrow{\text{Spannvektor}_1} + t \cdot \overrightarrow{\text{Spannvektor}_2}.$$

Ein Stützvektor ist dabei der Ortsvektor eines Punktes der Ebene und die Spannvektoren sind Verbindungsvektoren von jeweils zwei Punkten, die in der Ebene liegen. Die Spannvektoren dürfen dabei keine Vielfache voneinander darstellen.

Ein geeigneter Stützvektor wäre  $\overrightarrow{OM}$ , geeignete Spannvektoren  $\overrightarrow{MN}$  und  $\overrightarrow{MP}$ , da sie in keinem Fall auf einer Geraden oder in einem Punkt liegen. Für die Parametergleichung folgt daraus:

$$H: \vec{x} = \overrightarrow{OM} + r \cdot \overrightarrow{MN} + t \cdot \overrightarrow{MP}.$$

Bestimme also

1. die Koordinaten von  $M$  und  $N$  durch das arithmetische Mittel,
2. die Koordinaten von  $P$  über  $M$  und  $h$  und
3. stelle die Parametergleichung der Ebene  $H$  auf.

### 2.3 ► Nachweis, dass die obere Netzkante auf $g$ liegt

(4P)

Es soll gezeigt werden, dass die obere Netzkante auf der Geraden  $g$  mit der Gleichung

$$g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 143,2 \\ 155,35 \\ 91,25 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 24,4 \\ -18,3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

liegt. Wir wissen, dass die Netzkante 15,25 cm über der Tischplatte durch den von dir zuvor berechneten Punkt  $P$  verläuft. Zudem verläuft die Netzkante parallel zur kürzeren Seite  $AB$  der Platte.

$g$  muss also

- $P$  enthalten und
- sein Richtungsvektor muss ein Vielfaches der Vektors  $\overrightarrow{AB}$  sein.

Sind diese Bedingungen erfüllt, liegt die obere Netzkante auf  $g$ .

Du kannst die erste Bedingung dabei durch eine Punktprobe prüfen, indem du  $\overrightarrow{OP}$  für  $\vec{x}$  in der Geradengleichung einsetzt und nach  $s$  auflöst. Existiert ein gültiger Wert für  $s$ , liegt  $P$  auf  $g$ .



Die Parallelität von  $g$  zu  $AB$  ist dann gegeben, wenn der Richtungsvektor von  $g$  ein  $k$ -faches von  $\vec{AB}$  mit  $k \in \mathbb{R}$  ist. Es muss also einen Wert für  $k$  geben, für den gilt:

$$\vec{AB} = k \cdot \begin{pmatrix} 24, 4 \\ -18, 3 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

#### 2.4 ► Prüfung, ob der Ball ins Netz geht

(4P)

Wenn der Ball ins Netz geht, dann schneidet seine Flugbahn die Netzebene  $H$  dort, wo sich das Netz befindet.

Der Schnittpunkt  $B$  mit  $H$  muss daher so liegen, dass die Höhe  $x_3$  der Balls sich zwischen Platte bei  $x_3 = 76$  und oberer Netzkante bei  $x_3 = 91,25$  befindet.

Die  $x_3$ -Koordinate von  $B$  muss sich daher im Intervall

$$[76; 91,25]$$

bewegen. Liegt sie darunter, trifft der Ball die Platte, liegt sie darüber, fliegt der Ball über das Netz.

Bestimme daher

1. den Schnittpunkt  $B$  der Geraden  $h$  mit der Ebene  $H$  und
2. prüfe, ob die  $x_3$ -Koordinate einen Wert im Intervall  $[76; 91,25]$  annimmt.