

a) ▶ **Vierfeldertafel vervollständigen**

(9P)

In der Aufgabenstellung ist dir eine unvollständige Vierfeldertafel gegeben, die du nun um die fehlenden Einträge ergänzen sollst. Der Vierfeldertafel liegt eine Umfrage vom Umfang $n = 1.200$ zugrunde. Dies ist die **Summe** der insgesamt befragten Personen und tritt deshalb im Feld ganz rechts unten in der Vierfeldertafel auf.

Für die Vierfeldertafel gilt: Die Einträge der inneren vier Felder müssen in ihrer Summe zeilenweise und spaltenweise den Wert der äußeren Felder ergeben. Auch in den äußeren Feldern muss die Summe zeilenweise und spaltenweise den Wert im Feld rechts unten ergeben. Du kannst also mithilfe von Addition und Subtraktion die fehlenden Einträge berechnen.

▶ **Anteil der intensiven Discobesucher unter den weiblichen Discobesuchern bestimmen**

Du benötigst zwei Informationen, um diesen Anteil zu berechnen:

- die Anzahl der weiblichen Discobesucher (W),
- die Anzahl der weiblichen intensiven Discobesucher ($I \cap W$).

Du erhältst beide Werte aus der Vierfeldertafel.

▶ **Anteil der männlichen gelegentlichen Besucher unter allen Discobesuchern bestimmen**

Du benötigst wieder zwei Informationen, um diesen Anteil zu berechnen:

- die Anzahl der männlichen gelegentlichen Discobesucher ($G \cap M$),
- die Anzahl aller Discobesucher.

Wieder erhältst du beide Werte aus der Vierfeldertafel.

b) ▶ **Wahrscheinlichkeit für mehr als 10 intensive Discobesucher berechnen**

(9P)

Es werden 100 Discobesucher befragt. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 10 von ihnen angeben, intensive Discobesucher zu sein. Sei X die Zufallsgröße, welche die Anzahl der intensiven Discobesucher in dieser Umfrage beschreibt. Überlege, ob und warum X als binomialverteilt angenommen werden kann.

Bestimme dann im ersten Schritt die Parameter n und p der Binomialverteilung und berechne die gesuchte Wahrscheinlichkeit $P(X > 10)$.

▶ **Anzahl der zu befragenden Discobesucher ermitteln**

Sei Y die Zufallsgröße, welche die Anzahl der intensiven Discobesucher beschreibt. Wie X oben kann Y hier als binomialverteilt angenommen werden. Die Trefferwahrscheinlichkeit p hat sich nicht verändert. Allerdings ist dieses Mal der Stichprobenumfang n unbekannt.

Er soll so bestimmt werden, dass gilt: Mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 99 % findet man mindestens einen intensiven Discobesucher. In Formeln: $P(Y \geq 1) \geq 0,99$.

Vereinfache diese Ungleichung über die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses und löse dann nach n auf.

c) ► **Wahrscheinlichkeiten berechnen**

(8P)

Im Gegensatz zu den Aufgabenteilen a) und b) wird nun eine Gruppe von 12 Schülern betrachtet, von denen genau 3 intensive Discobesucher sind. Die Formulierung „Drei der Schüler [...] werden nacheinander beliebig ausgewählt“ weist auf ein **Ziehen ohne Zurücklegen** hin. Die Wahrscheinlichkeiten für die Ereignisse A , B und C kannst du über die **Pfadregel** und mithilfe der **hypergeometrischen Verteilung** berechnen.

Ereignis A

Es werden drei der 12 Schüler nacheinander ausgewählt. Gesucht ist die Wahrscheinlichkeit dafür, dass nur der erste und der dritte Schüler gelegentliche Discobesucher sind, der zweite muss also ein intensiver Discobesucher sein. Die betrachtete Kombination kannst du darstellen als $G - I - G$.

Ereignis B

Nun ist die Wahrscheinlichkeit dafür gesucht, dass genau zwei der drei Discobesucher intensive Discobesucher sind. Beachte, dass **ohne Zurücklegen** gezogen wird. Du kannst die Wahrscheinlichkeit also über die **hypergeometrische Verteilung** berechnen.

Folgende Situation wird betrachtet: Insgesamt gibt es 12 Schüler, von denen 3 ausgewählt werden. 3 dieser Schüler sind intensive Discobesucher. Von ihnen sollen 2 ausgewählt werden. 9 der Schüler sind gelegentliche Discobesucher. Von ihnen soll 1 ausgewählt werden.

Ereignis C

Zuletzt ist die Wahrscheinlichkeit dafür gesucht, dass mindestens zwei der drei Discobesucher gelegentliche Discobesucher sind. Mindestens zwei von drei bedeutet: zwei oder drei der Discobesucher sollen gelegentliche Discobesucher sein.

Insgesamt gibt es unter den 12 Schülern 9 gelegentliche Discobesucher und 3 „nicht-gelegentliche“ Discobesucher. Beachte, dass **ohne Zurücklegen** gezogen wird. Du kannst die Wahrscheinlichkeit also über die **hypergeometrische Verteilung** berechnen.

d) ► **Mindestwert für p ermitteln**

(4P)

Sei Z die Zufallsgröße, welche die Anzahl der intensiven Discobesucher in der Stichprobe beschreibt. Wie bereits in b) kann die Zufallsgröße Z als binomialverteilt angenommen werden.

Es wird eine Gruppe von 6 Discobesuchern betrachtet. Also ist $n = 6$. Der Anteil der intensiven Discobesucher in zunächst unbekannt und heißt nur p .

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mindestens 2 intensive Discobesucher in dieser Gruppe zu finden sind, soll mindestens 60 % betragen. In Formeln heißt das: $P(Z \geq 2) \geq 0,6$.

Du sollst nun den Wert bestimmen, den der Anteil p mindestens annehmen muss, damit diese Vorgabe erfüllt wird. Du kannst so vorgehen:

- Bestimme zunächst für $n = 6$ und p unbekannt mithilfe der Binomialverteilung einen Term für die Wahrscheinlichkeit $P(Z \geq 2)$. Dieser Term ist von p abhängig. Du kannst hierbei die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses betrachten.
- Nun soll gelten: $P(Z \geq 2) \geq 0,6$. Für den linken Teil der Ungleichung hast du soeben einen Term ermittelt. Löse diese Ungleichung nach p auf. Du kannst hierzu dein CAS verwenden.