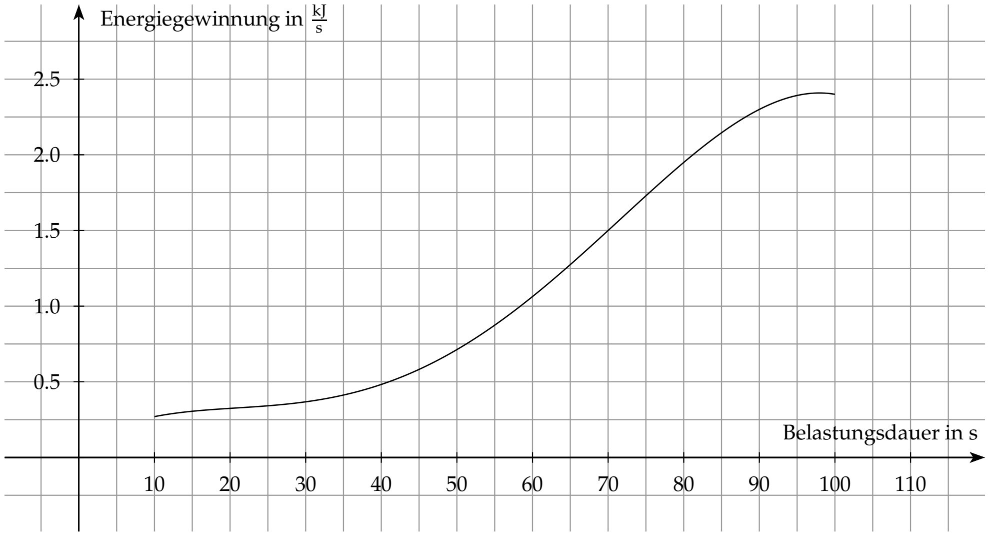
1.1 **▶ Bestimmen einer Funktion, die näherungsweise das Schaubild beschreibt** (6P)

Gegeben ist ein Schaubild, welches die aerobe Energiegewinnung in Kilojoule pro Sekunde zwischen der 10. und der 100. Sekunde der Läuferin Lena beschreibt.



Deine Aufgabe ist es, eine Funktion f zu bestimmen, die dieses Schaubild näherungsweise beschreibt.

Eine Funktionsgleichung der Funktion f kannst du mit Hilfe der **Regression** bestimmen. Überlege zunächst, welchen Grad die Funktion f mindestens haben muss, damit sie den Verlauf des gegebenen Schaubildes näherungsweise beschreibt.
Gib anschließend mehrere Punkte an, die auf dem Schaubild liegen. Mittels GTR kannst du dann die Funktion f modellieren.

▶ Prüfen, ob das Schaubild der Funktion f ständig wächst

Betrachte die Funktion f und den dazu ermittelten Funktionsterm mit:

$$f(x) = -1,625 \cdot 10^{-7} \cdot +3,006 \cdot 10^{-5} \cdot x^3 - 0,001 \cdot x^2 + 0,030 \cdot x + 0,082.$$

Die Aufgabenstellung verlangt zusätzlich noch, die aufgestellte Funktion f auf **strenge Monotonie** im Intervall $[10;100]$ zu untersuchen.

Eine Funktion f ist **streng monoton wachsend**, wenn für ihre erste Ableitung $\boldsymbol{f'(x) > 0}$ gilt.
Bilde also die erste Ableitung von f und überprüfe, ob $f'(x) > 0$ für $x \in [10;100]$ gilt.

1.2 **▶ Ermitteln des prozentualen Anteils** (3P)

Es werden 275 Kilojoule zwischen der 10. und 100. Sekunde bereitgestellt. Ermittle den prozentualen Anteil, der auf die aerobe Energie entfällt.

Das heißt, dass du zunächst berechnen sollst wie viel aerobe Energie insgesamt zwischen der 10. und der 100. Sekunde bereitgestellt wird. Das kannst du ermitteln, indem du

$$\int_{10}^{100} f(x)\mathrm{d}x$$

berechnest, denn Integration über die aufgestellte Funktion f im Intervall $[10;100]$ entspricht dem Gesamtbetrag der aeroben Energie zwischen der 10. und 100. Sekunde. Dieser Zusammenhang gilt, da die Funktion f die Änderungsrate angibt.

Der prozentuale Anteil der aeroben Energie entspricht dann dem Gesamtbetrag dividiert durch die Anzahl der bereitgestellten Kilojoule.

1.3 **▶ Bestimmen der Parameter a und b** (6P)

Die Funktion $g(t) = a \cdot t \cdot \mathrm{e}^{b \cdot t}$ stellt die anaerobe Energiegewinnung in $\frac{kJ}{s}$ zwischen der 10. und der 100. Sekunde dar. Sei dabei t die Zeit in Sekunden.

Laut Aufgabentext erreicht die anaerobe Energiegewinnung nach 26 Sekunden mit $2,5\frac{kJ}{s}$ ihren Höchstwert.

Deine Aufgabe ist es, die Parameter a und b so zu bestimmen, dass die oben genannten Angaben erfüllt werden.

Aus dem Aufgabentext weißt du, dass die anaerobe Energiegewinnung im Punkt $H(26 \mid 2,5)$ ihren Höchstwert erreicht. Verwende diese Aussage, um Parameterwerte für a und b zu ermitteln.

Dabei kannst du folgendermaßen vorgehen:

- Setze die Koordinaten des gegebenen Punktes in den Term der Funktion g ein, um eine erste Gleichung zu erhalten.
- Bilde die erste Ableitungsfunktion von g. Da du weißt, dass die Funktion g ihr Maximum an der Stelle $t = 26$ erreicht, muss die erste Ableitung von g an dieser Stelle gleich Null sein. Daraus erhältst du die zweite Gleichung.

Aus diesen Gleichungen erhältst du angepasste Werte für a und b.

▶ Ermitteln des Zeitpunktes, an dem der aerobe Anteil überwiegt

Im Abschnitt zuvor hast du einen Funktionsterm für die Funktion g ermittelt, die die anaerobe Energiegewinnung zwischen der 10. und 100. Sekunde modelliert. Der Funktionsterm lautet wie folgt:

$$g(t) = 0,2614 \cdot t \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{26} \cdot t}$$

Bestimme den Zeitpunkt t^*, ab dem der Anteil der aeroben Energiegewinnung höher ist als der der anaeroben Energiegewinnung.

Verwende dazu den GTR. Definiere die Funktionen f und g und lass beide zeichnen. Bestimme schließlich den Schnittpunkt der beiden Schaubilder, um den Zeitpunkt t^* zu ermitteln.

Eingabe im GTR liefert dir die Schaubilder der Funktionen f und g.