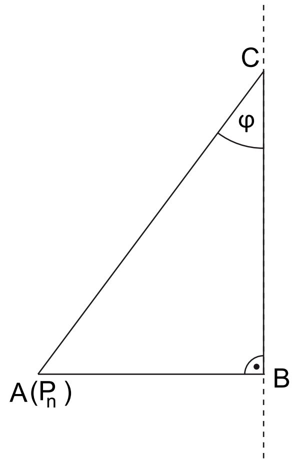
Aufgabe A1

A 1.1

▶ Begründen des Maß für die obere Intervallgrenze von φ

Hier ist dir das **rechtwinkliges Dreieck ABC** mit der Hypotenuse $[AC]$ gegeben. In diesem Dreieck liegen die Punkte P_n auf der Kathete $[AB]$ und legen zusammen mit den Punkten B und C die **Dreiecke P_nBC** fest.
Über den Winkel P_nCB ist dir bekannt, dass dessen Maß φ im **Intervall $]0^\circ; 39,81^\circ[$** liegt.
Deine Aufgabe ist es nun, die **obere Intervallgrenze für φ** zu begründen.
Erreicht der Winkel φ seine obere Intervallgrenze von $\varphi_o = 39,81^\circ$, so liegt der Punkt P_n auf **Punkt A**. Dies lässt sich auch an folgender **Skizze** veranschaulichen:



Da der Winkel φ mit ABC in einem rechtwinkligen Dreieck liegt, kannst du dessen obere Intervallgrenze durch die Anwendung einer **trigonometrischen Beziehung** begründen.

A 1.2

▶ Zusammenhang für Rotationsvolumen zeigen

Nun rotieren die Dreiecke P_nBC und die Gerade BC, die hier als **Rotationsachse** fungiert. Deine Aufgabe ist es nun, zu zeigen, dass für das Volumen V, der dabei entstehenden **Rotationskörper**, in Abhängigkeit vom Winkel φ, folgender Zusammenhang gilt:

$$V(\varphi) = 9 \cdot \pi \cdot \tan^2 \varphi \text{ cm}^3$$

Rotiert das Dreieck P_nBC um die Gerade BC, so entsteht ein **Kegel**. Für das Volumen eines Kegels gilt dabei im Allgemeinen:
$V = \frac{1}{3} \cdot G \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot r^2 \cdot h$ mit:

- G : Grundfläche
- r : Radius Grundfläche
- h : Höhe

Betrachtest du das Dreieck P_nBC näher, so kannst du erkennen, dass $[CB]$ die **Höhe** des Kegels und $[BP_n]$ den **Radius** darstellt, wobei die Länge von $[BP_n]$, also $\overline{BP_n}$ von φ abhängig ist.

Willst du nun zeigen, dass hier der angegebene Zusammenhang für V gilt, so gehe wie folgt vor:

1. Schritt: Berechnen von $\overline{BP_n}$ in Abhängigkeit von φ
2. Schritt: Einsetzen aller Größen in V und vereinfachen

A 1.3

▸ Berechnen des zugehörigen Winkelsmaßes φ

Nun weißt du, dass das **Volumen eines Rotationskörpers** aus A 1.2 $6\,\mathbf{cm^3}$ beträgt. Deine Aufgabe ist es dabei, dass **zugehörige Maß φ** zu berechnen.
Aus der Aufgabenstellung und der vorherigen Aufgabe weißt du dazu, dass für das Volumen V der Rotationskörper, in Abhängigkeit von φ, folgender Zusammenhang gilt:

$$\boxed{V(\varphi) = 9 \cdot \pi \cdot \tan^2 \varphi \text{ cm}^3}$$

Setze nun für $V(\varphi) = 6\,\text{cm}^3$ ein und löse nach φ auf, um diese Aufgabe hier zu lösen.

Aufgabe A2

A 2.1

▸ Angeben der Definitionsmenge von f_1

Der Aufgabenstellung kannst du entnehmen, dass der Leichtathletikverband für Wettbewerbe beim Zehnkampf **Funktionsgleichungen festlegt**, mit denen sich die jeweilige **Anzahl der Punkte**, die die Sportler in den einzelnen Disziplinen erreichen können, berechnen lassen.
Beim Weitsprung der Frauen wir die Anzahl der Punkte **in Abhängigkeit** von der **Sprungweite in x cm** durch die Funktion f_1 mit der Gleichung

$$\boxed{y = 0,188807 \cdot (x-210)^{1,41} \quad \left(\mathbb{G} = \mathbb{R}_0^+ \times \mathbb{R}_0^+\right)}$$

ermittelt. Der auf ganze Werte gerundete Wert für y ergibt die **Anzahl der erreichten Punkte**. Deine Aufgabe ist es zunächst, die **Definitionsmenge** der Funktion f_1 zu bestimmen.
Willst du die Definitionsmenge $\mathbb{D}$ hier bestimmen, so betrachte die gegebene **Grundmenge $\mathbb{G}$**. Diese drückt aus, dass die Funktionswerte von f_1 **nur positive y-Werte** sein dürfen. Die Definitionsmenge von f_1 muss also so bestimmt werden, dass f_1 nur positive Werte annehmen kann.

▸ Zeichnen des Graphen zu f_1

In dieser Teilaufgabe sollst du außerdem den Graphen zu f_1 in das angegebene Koordinatensystem **zeichnen.**
Orientiere dich beim Zeichnen des Graphen zu f_1 an der **gegebenen Einteilung der Koordinatenachsen** und erstelle im ersten Schritt eine passende, bei $x = 210$ beginnende, **Wertetabelle**. Wähle für die Einteilung der Wertetabelle beispielsweise **100er Schritte.**
Nutze die Wertetabelle aus dem ersten Schritt, um im zweiten Schritt den Graphen zu f_1 in das **gegebene Koordinatensystem zu zeichnen.**

A 2.2

▸ Bestimmen, um wie viel weiter der Mann gesprungen ist

Der Aufgabenstellung kannst du nun entnehmen, dass ein Mann und eine Frau **beide** beim Weitsprung **700 Punkte** erreicht haben. Deine Aufgabe ist es dabei, zu ermitteln, um wie viel Zentimeter bzw. Meter **weiter** der Mann gesprungen ist, wobei du die Graphen hier zur Hilfe nehmen musst.
Aus dem einleitenden Text zu dieser Aufgabe ist dir bekannt, dass der x-Wert der Funktion f_1 bzw. f_2 angibt **wie weit** die Sportler gesprungen sind. Die x-Werte sind dabei **in cm** angegeben. Die zugehörigen y-Werte bzw. Funktionswerte geben dir dann an, **wie viele Punkte** die Sportler für die gesprungene Distanz erhalten.
Willst du nun anhand der Graphen zu f_1 und f_2 bestimmen, um wie viel weiter ein Mann, bei einer Bewertung von 700 Punkte, wie eine Frau gesprungen ist, ermittelst du zunächst, wie weit beide für eine solche Punktzahl überhaupt springen müssen. Trage dazu bei beiden Graphen, bei einem y-Wert von 700 **eine Senkrechte auf die x-Achse** ab. Die abgetragenen Abschnitte auf der x-Achse entsprechen dann den **gesprungenen Distanzen.**
Die **Differenz** zwischen den Werten gibt dir dann an, um wie viel weiter ein Mann als eine Frau gesprungen ist, um 700 Punkte zu erhalten.

A 2.3

▶ Berechnen der zugehörigen Sprungweite auf Zentimeter gerundet

Nun erreicht eine Frau bei Weitsprung insgesamt **900 Punkte** und du sollst die zugehörige **Sprungweite** auf Zentimeter gerundet **berechnen.**
Beachte hier, dass es **nicht zulässig ist**, diese Aufgabe mit dem Graphen zu f_1 zu lösen. Du musst also mit **Hilfe der Funktionsgleichung von f_1** ermitteln, bei welcher Sprungweite eine Frau die Bewertung von 900 Punkte erhält.
Setze dazu die Funktionsgleichung von f_1 mit $y = 900$ **gleich** und **löse nach x**, also der **Sprungweite in cm**. Beachte beim Lösen der Gleichung folgende Punkte:

- Du musst die **Potenz** auflösen bevor, du x berechnen kannst.
- Ziehe also die entsprechende **Wurzel.**

A 2.4

▶ Berechnen der übersprungenen Höhe auf Zentimeter gerundet

Zuletzt kannst du hier der Aufgabenstellung entnehmen, dass die Anzahl der Punkte beim Stabhochsprung in Abhängigkeit von der **übersprungenen Höhe in cm** durch die Funktionen h_1 und h_2 beschrieben werden können. Es gilt dabei:

- h_1: Anzahl der Punkte **für Frauen** in Abhängigkeit von x cm:
  - $y = 0,44125 \cdot (x - 100)^{1,35}$
- h_2: Anzahl der Punkte **für Männer** in Abhängigkeit von x cm:
  - $y = 0,2797 \cdot (x - 100)^{1,35}$

Weiterhin weißt du, dass ein Mann und eine Frau **die gleiche Höhe** überwunden haben, wobei die Frau 500 Punkte **mehr** als der Mann erzielt hat. Deine Aufgabe ist es nun, eben diese übersprungene Höhe auf Zentimeter gerundet zu berechnen.
Beachte beim Lösen der Aufgabe, dass y die **Anzahl der erreichten Punkte** angibt. Springen beide, also Mann und Frau, gleich hoch, so ist der x-Wert, welcher in h_1 bzw. h_2 für die Berechnung der Punkte eingesetzt wird, **der gleiche.**
Willst du nun diesen x-Wert berechnen, so musst du die Angabe in der Aufgabenstellung ausnutzen, die besagt, dass die Frau für den Sprung **500 Punkte mehr als der Mann erreicht hat**. Formuliere also eine Gleichung zu diesem Sachverhalt, bei der du folgendes beachtest:

- Setze h_1 und h_2 **gleich**.
- Um die Gleichung dann ins **„Gleichgewicht“** zu bringen, musst du h_2 um **500** erhöhen, da die Frau insgesamt 500 Punkte **mehr** für den Sprung erhalten hat.
- Löse die Gleichung nach x und gehe dabei vor wie im Aufgabenteil 2.3.

Aufgabe A3

A 3.1

▸ Zeichnen des Sachverhalts in das gegebene Koordinatensystem

Der Aufgabenstellung kannst du hier entnehmen, dass die Punkte B_n mit $B_n\left(x\,|\,-\frac{1}{4}x\right)$ auf der Geraden g für $x \in\,]0; 7,8[$ zusammen mit den Punkte $A(0 \mid 0)$, $C(4,5 \mid 3)$ und D_n **Drachenvierecke AB_nCD_n** bilden, mit der **Symmetrieachse AC**.
Nun sollst du hier die Gerade g, die Symmetrieachse AC sowie das **Drachenviereck AB_1CD_1** für **$x = 2$** und das **Drachenviereck AB_2CD_2** für **$x = 4$** in das gegebene Koordinatensystem **einzeichnen.**
Das heißt, du zeichnest hier:

- Drachenviereck AB_1CD_1 mit:
  - $A(0|0)$,
  - $B_2\left(1\,|\,-\frac{2}{4}\cdot 1\right) = B_1\,(2\,|\,-0,5)$,
  - $C(4,5|3)$
  - und D_1: B_1 gespiegelt an AC.
- Drachenviereck AB_2CD_2 mit:
  - $A(0|0)$,
  - $B_4\left(4\,|\,-\frac{1}{4}4\right) = B_1\,(4\,|\,-1)$,
  - $C(4,5|3)$
  - und D_2: B_2 gespiegelt an AC.
- Gerade g, mit $y = -\frac{1}{4}\cdot x$ mit $x \in\,]0; 7,8[$

Willst du B_1 und B_2 an AC spiegeln, so nutze hier dein **Geodreieck**. Setze es im **rechten Winkel** an AC an und trage D_1 bzw. D_2 entsprechend den **Abständen** zwischen C_1 und C_2 zu AC ab.

A 3.2

▸ Berechnen der Koordinaten der Punkte D_n

Zuletzt sollst du hier, die von der **Abszisse x** der **Punkte B_n** abhängigen Koordinaten der **Punkte D_n** berechnen.
Das heißt, du **spiegelst** hier die Punkte B_n an der **Spiegelachse AC** um die Koordinaten der Punkte D_n zu erhalten. Beachte dabei, dass die Koordinaten von B_n von x **abhängig** sind.
Um die Punkte B_n an der Spiegelachse AC zu spiegeln, verwendest du hier die **Spiegelmatrix**, welche sich wie folgt aufbaut:

$$\overrightarrow{d_n} = \begin{pmatrix} \cos 2\cdot\alpha & \sin 2\cdot\alpha \\ \sin 2\cdot\alpha & -\cos 2\cdot\alpha \end{pmatrix} \cdot \overrightarrow{b_n} \text{ mit:}$$

- α: Winkel der Spiegelachse AC
- d_n: Koordinaten von D_n in Vektorenform
- b_n: Koordinaten von B_n in Vektorenform

Berechne hier also zunächst den **Winkel α der Spiegelachse AC** um anschließend mit diesem und der Spiegelmatrix die von x abhängigen Koordinaten von D_n zu bestimmen.