



Gegeben ist die Funktionenschar  $f_a(x) = \frac{3}{4}x \cdot \ln\left(\frac{x}{a^2}\right)$  mit  $a > 0$ . Ihre Graphen seien  $G_a$ .

- a) Geben Sie den Definitionsbereich von  $f_a$  an und bestimmen Sie die Nullstelle von  $f_a$ . (7P)

Bestimmen Sie für  $a = 3$  das Verhalten der Funktionswerte von  $f_a$  für  $x \rightarrow 0$ .

- b) Weisen Sie nach, dass  $T_a\left(\frac{a^2}{e} \mid -\frac{3a^2}{4e}\right)$  lokaler Tiefpunkt von  $G_a$  ist. (13P)

Ohne Nachweis können Sie  $f_a''(x) = \frac{3}{4x}$  verwenden.

[Zur Kontrolle:  $f_a'(x) = \frac{3}{4} \cdot \ln\left(\frac{x}{a^2}\right) + \frac{3}{4}$ ]

Zeigen Sie, dass keiner der Graphen  $G_a$  einen Wendepunkt besitzt.

In der Anlage sind drei Graphen der Kurvenschar dargestellt.

Geben Sie an, um welche Scharkurven es sich handelt, geben Sie die Koordinaten des jeweiligen Extrempunktes an und zeichnen Sie die Extrempunkte ein.

- c) Ermitteln Sie eine Stammfunktion von  $f_a$ . (9P)

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die der Graph von  $f_3$  und die  $x$ -Achse für  $6 \leq x \leq 9$  einschließen.

[Zur Kontrolle:  $F_a(x) = \frac{3}{8}x^2 \cdot \ln\left(\frac{x}{a^2}\right) - \frac{3}{16}x^2$  und  $A \approx 3,0$  FE]

Die Orte Altfeld und Burghausen sind durch eine gerade Landstraße verbunden, an der ein gemeinsames Naherholungsgebiet mit  $15,2 \text{ km}^2$  Fläche liegt. Das Naherholungsgebiet wird durch die Landstraße und durch einen Fahrweg eingeschlossen, der modellhaft durch den Graphen von  $G_3$  beschrieben werden kann. Die beiden Orte werden durch die Punkte  $A(0 \mid 0)$  und  $B(9 \mid 0)$  dargestellt,  $1 \text{ LE} = 1 \text{ km}$ .

- d) In  $C(6 \mid -1, 8)$  liegt ein Ausflugslokal direkt am Fahrweg am unteren Rand des Naherholungsgebietes. Von  $A$  aus führt ein Radweg geradlinig nach  $C$ . Er teilt das Naherholungsgebiet in zwei Teilflächen, wobei die größere Fläche als Naturschutzgebiet ausgewiesen ist. (6P)

Berechnen Sie die Fläche des Naturschutzgebietes.

Ermitteln Sie, wie viel Prozent der Anteil des Naturschutzgebietes am gesamten Naherholungsgebiet beträgt.

- e) Die den Radweg enthaltende Gerade durch  $A(0 \mid 0)$  und  $C(6 \mid -1, 8)$  schneidet jeden Graphen  $G_a$  in einem Punkt  $P_a$ . Bestimmen Sie die Koordinaten von  $P_a$ . (5P)

---

(40P)



## Anlage

