

Aufgabenstellung:

Schmuggel von Zigaretten verursacht jedes Jahr hohe Steuerausfälle für den deutschen Fiskus. Um einen Überblick darüber zu bekommen, wie hoch der Anteil an un versteuerten Zigaretten ist, wird eine große Anzahl leerer Zigarettschachteln in bundesweit 22 Verwertungsstellen des dualen Systems gesammelt und auf das Vorhandensein von Steuerbanderolen überprüft.

- a) In einer süddeutschen Großstadt hatten 10,7 % der Zigarettschachteln keine Steuerbanderole. (11P)
Im Folgenden soll diese relative Häufigkeit als Wahrscheinlichkeit angenommen werden.

(1) Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dort von 40 zufällig in der Entsorgungsstation gesammelten Zigarettschachteln

(1.1) genau 4 Schachteln keine Steuerbanderole haben,

(1.2) mindestens 3 und höchstens 5 Schachteln keine Steuerbanderole haben.

(2) Bestimmen Sie, wie viele Zigarettschachteln man in der Entsorgungsstation mindestens einsammeln muss, damit man mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 80 % mindestens eine Schachtel ohne Steuerbanderole erhält.

- b) In einer Lieferung von 100 Stangen Zigaretten befinden sich 8 Stangen unverzollter Zigaretten. (10P)
Bei einer Kontrolle entnimmt der Zoll zufällig 5 Stangen nacheinander und untersucht diese. Wird dabei unverzollte Ware gefunden, wird die gesamte Lieferung beschlagnahmt.

(1) Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Lieferung beschlagnahmt wird.

(2) Bestimmen Sie (z. B. durch systematisches Probieren), wie viele unverzollte Zigarettenstangen sich höchstens in einer Lieferung von 100 Stangen befinden dürfen, damit bei der zufälligen Entnahme von 5 Stangen mit einer Wahrscheinlichkeit von über 90 % keine unverzollte gefunden wird.

- c) Um einen Überblick über den Steuerausfall durch unverzollte Zigaretten zu bekommen, soll in einer Stadt nach folgendem Verfahren vorgegangen werden: (8P)

Es werden 200 leere Zigarettschachteln markiert und in öffentlichen Mülltonnen entsorgt. Nach einem Tag sind diese Schachteln in der Entsorgungsstation angekommen. Aus dem an diesem Tag angelieferten Hausmüll werden 1.000 leere Zigarettschachteln zufällig ausgewählt. Die Anzahlen unverzollter, verzollter und markierter Zigarettschachteln werden durch Auszählen ermittelt:

unverzollt	verzollt	markiert
146	840	14

Bestimmen Sie aus den obigen Daten eine Schätzung für die Anzahl aller unverzollten Schachteln, die an diesem Tag in der Entsorgungsstation angeliefert wurden. Erläutern Sie Ihre Vorgehensweise.

d) In einer großen Hafenstadt werden 200 leere Zigarettenschachteln zufällig dem Hausabfall entnommen und untersucht. Dabei werden 22 unverzollte Schachteln gefunden. (21P)

(1) Bestimmen Sie aufgrund der Stichprobe ein 90 %-Konfidenzintervall für den unbekanntem Anteil p der unverzollten Zigarettenschachteln im Abfall.

(2) Um den Erfolg von Maßnahmen gegen den Zigarettenschmuggel beurteilen zu können, wird eine genauere Schätzung des wirklichen Anteils p unverzollter Zigarettenschachteln an der Gesamtheit benötigt. Dabei soll eine Schätzung als hinreichend genau betrachtet werden, bei der der relative Anteil unverzollter Zigarettenschachteln in einer Stichprobe mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % um höchstens 0,02 vom wirklichen Anteil p abweicht.

Zeigen Sie zunächst, dass für $p \leq 0,2$ gilt: $p(1 - p) \leq 0,2 \cdot 0,8$.

Bestimmen Sie dann näherungsweise, welcher Stichprobenumfang n für eine hinreichend genaue Schätzung nötig ist, unter der Annahme, dass p höchstens 20 % beträgt.