Abiturprüfung 2025

Mathematik, Leistungskurs

Vorblatt zum Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Für die Bearbeitung der Aufgaben des Prüfungsteils A sind Zeichengeräte und ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung zugelassen. Eine Verwendung von weiteren Hilfsmitteln ist nicht zulässig.

Sie müssen den Prüfungsteil A spätestens 110 Minuten nach Prüfungsbeginn abgeben. Die Hilfsmittel Taschenrechner und Formelsammlung erhalten Sie nach Abgabe von Prüfungsteil A.

Sie müssen die **vier Pflichtaufgaben und zwei Wahlpflichtaufgaben** im Prüfungsteil A bearbeiten.

Tragen Sie die Aufgabennummern der zwei Wahlpflichtaufgaben ein, die bewertet werden sollen.

Wahlpflichtaufgabe Nr. ________

Wahlpflichtaufgabe Nr. ________

Bestätigen Sie Ihre Entscheidung mit Ihrer Unterschrift.

Name, Vorname des Prüflings: ________________________________

Unterschrift des Prüflings: ________________________________

Name: ____________________

Abiturprüfung 2025

Mathematik, Leistungskurs

Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Die folgenden vier Pflichtaufgaben müssen alle bearbeitet werden.

Pflichtaufgabe 1

Für $k \in \mathbb{R}$, $k > 0$, sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_k und g_k gegeben durch:

$$f_k(x) = x \cdot (x - k) \text{ und } g_k(x) = k \cdot x.$$

(1) *Zeigen Sie für alle $k > 0$, dass die Graphen von f_k und g_k genau zwei Schnittstellen bei $x = 0$ und $x = 2k$ haben.*

(2) *Abbildung 1* zeigt die Graphen von f_1 und g_1.

Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die im I. *Quadranten von den Graphen von f_1 und g_1 und der x-Achse eingeschlossen wird.*

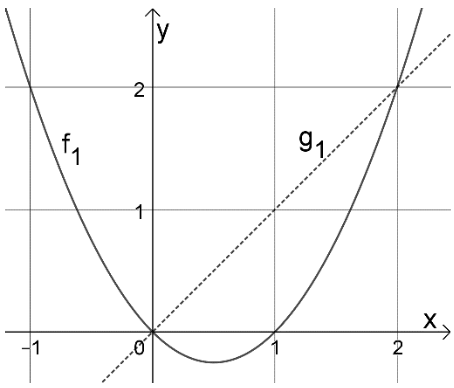


Abbildung 1

(2 + 3 Punkte)

Name: ____________________

Pflichtaufgabe 2

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_a durch $f_a(x) = x \cdot e^{-a \cdot x^2}$ mit $a \in \mathbb{R}$ und $a > 0$. Jeder Graph der Schar verläuft durch den Koordinatenursprung.

(1) *Zeigen Sie, dass alle Graphen der Schar im Koordinatenursprung die gleiche Steigung haben.*

(2) *Zeigen Sie, dass alle Graphen der Schar punktsymmetrisch zum Koordinatenursprung sind.*

(3 + 2 Punkte)

Pflichtaufgabe 3

Abbildung 2 zeigt einen Würfel *ABCDEFGH* der Kantenlänge 4 LE in einem Koordinatensystem. Drei Seitenflächen dieses Würfels liegen in Koordinatenebenen.

Die Ebene K enthält die Punkte $A(0|0|0)$, $B(4|0|0)$ und den Mittelpunkt der Kante $\overline{FG}$.

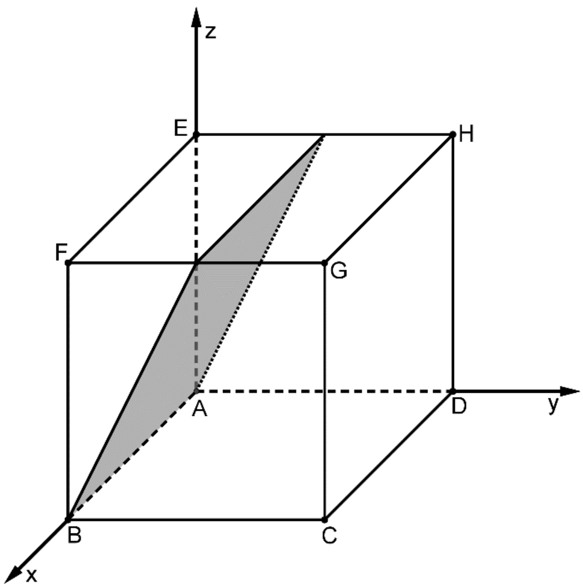


Abbildung 2

(1) Die Ebene K teilt den Würfel in zwei Teilkörper.

Berechnen Sie das Volumen des kleineren Teilkörpers.

(2) Eine zweite Ebene L enthält die Punkte E und F sowie den Mittelpunkt der Kante $\overline{BC}$.

Zeichnen Sie die Schnittfigur dieser Ebene mit dem Würfel in Abbildung 2 ein und geben Sie eine Gleichung der Schnittgerade der Ebenen K und L an.

(2 + 3 Punkte)

Name: ____________________

Pflichtaufgabe 4

Betrachtet wird die binomialverteilte Zufallsgröße X_1 mit den Parametern n_1 und p_1.
Abbildung 3 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_1.

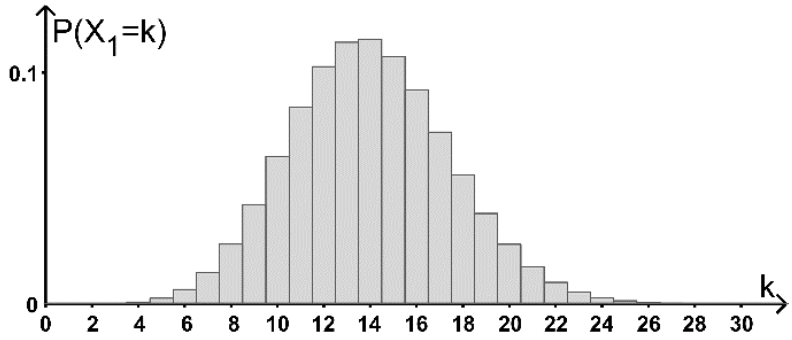


Abbildung 3

(1) *Entscheiden Sie, ob die folgende Aussage richtig ist, und begründen Sie Ihre Entscheidung*: $P\left(16 \le X_1 \le 20\right) > 0{,}5$.

Betrachtet wird zudem die binomialverteilte Zufallsgröße X_2 mit den Parametern n_2 und p_2.
Abbildung 4 zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X_2.

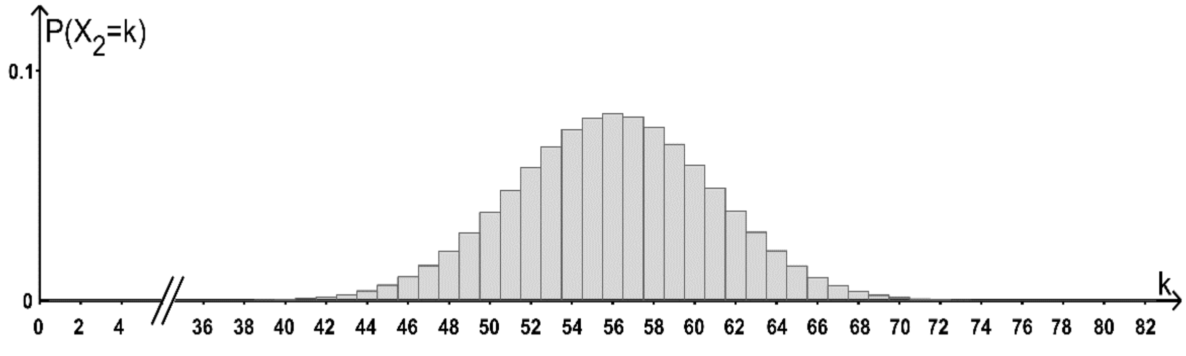


Abbildung 4

(2) Die Erwartungswerte von X_1 und X_2 sind ganzzahlig und es gilt $n_1 = n_2$.

Weisen Sie unter Verwendung der Abbildungen 3 und 4 nach, dass $p_2 = 4 \cdot p_1$ *gilt.*

(2 + 3 Punkte)

Hinweis:

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

Name: ____________________

Abiturprüfung 2025

Mathematik, Leistungskurs

Prüfungsteil A: Aufgaben ohne Hilfsmittel

Von diesen sechs Wahlpflichtaufgaben müssen zwei beliebige Aufgaben bearbeitet werden.

Wahlpflichtaufgabe 1

Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^3 - 3x$.

(1) Es gilt $f''(2) \neq 0$.

Zeigen Sie, dass 2 *eine Extremstelle von f ist.*

(2) Einer der abgebildeten Graphen I und II ist der Graph einer Stammfunktion von f.

Geben Sie diesen Graphen an und begründen Sie Ihre Angabe.

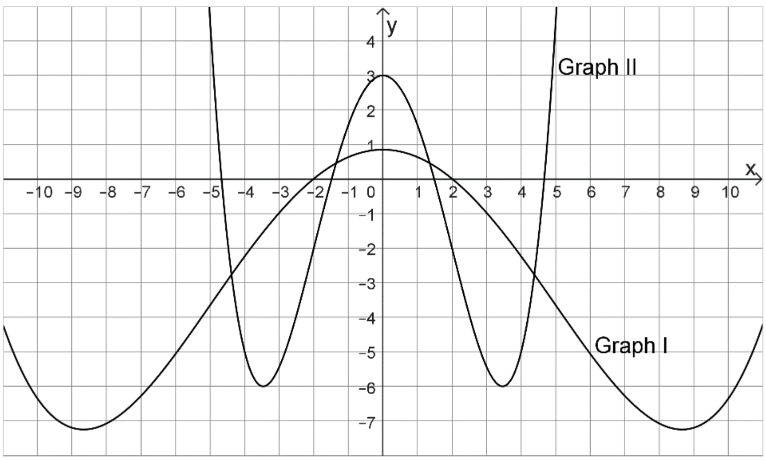


Abbildung 1

(2 + 3 Punkte)

Name: ____________________

Wahlpflichtaufgabe 2

Betrachtet werden die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f und g.

Für $x \in \mathbb{R}$ gilt $g(x) = f(x) \cdot e^x$.

(1) *Weisen Sie nach, dass die folgende Aussage wahr ist.*

Wenn der Graph von g im Punkt $(a \mid g(a))$ mit $a \in \mathbb{R}$ eine waagerechte Tangente besitzt, dann gilt $f'(a) = -f(a)$.

(2) *Abbildung 2* stellt den Graphen von f dar.

Zeigen Sie mithilfe von Abbildung 2, dass der Graph von g im Punkt $(1 \mid g(1))$ keine waagerechte Tangente besitzt.

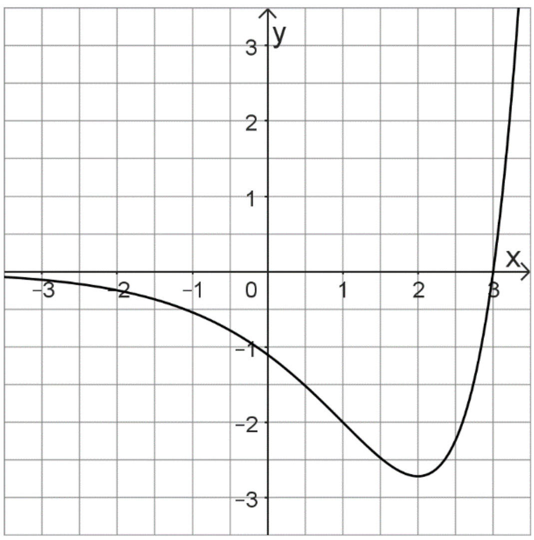


Abbildung 2

(3 + 2 Punkte)

Name: ____________________

Wahlpflichtaufgabe 3

(1) Gegeben sind zwei Vektoren $\vec{a}$ und $\vec{b}$ mit jeweils drei reellen Zahlen als Koordinaten.

Entscheiden Sie durch Ankreuzen, ob der jeweilige Ausdruck einen Vektor mit drei Koordinaten darstellt, eine reelle Zahl darstellt oder nicht definiert ist.

Ausdruck	Vektor mit drei Koordinaten	reelle Zahl	nicht definiert
$\vec{a}\circ\left(\vec{a}+\vec{b}\right)$	☐	☐	☐
$\vec{a}+\left(\vec{a}\circ\vec{b}\right)$	☐	☐	☐

(2) Betrachtet wird der Winkel zwischen den Vektoren $\vec{u}=\begin{pmatrix}2\\3\\0\end{pmatrix}$ und $\overrightarrow{v_r}=\begin{pmatrix}r\\4\\2\end{pmatrix}$ mit $r\in\mathbb{R}$.

Ermitteln Sie alle Werte von r, für die dieser Winkel eine Größe von mindestens $90°$ *hat.*

(2 + 3 Punkte)

Wahlpflichtaufgabe 4

Gegeben ist die Schar der Ebenen $E_k: k\cdot x+\left(2-k\right)\cdot y=k$ mit $k\in\mathbb{R}$.

(1) Es gibt eine Koordinatenebene, zu der alle Ebenen der Schar senkrecht stehen.

Geben Sie diese an.

(2) *Zeigen Sie, dass jeweils zwei verschiedene Ebenen der Schar nicht parallel zueinander sind.*

(1 + 4 Punkte)

Name: ____________________

Wahlpflichtaufgabe 5

Bei einem Spiel wird ein Würfel zweimal geworfen. Die Seiten des Würfels sind mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert.

(1) *Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, bei keinem der beiden Würfe die Zahl* 3 *zu erzielen,* $\frac{25}{36}$ *beträgt.*

(2) Der Einsatz bei diesem Spiel beträgt 2 Euro. Je nachdem, wie oft dabei die Zahl 3 erzielt wird, werden folgende Auszahlungen getätigt:

Anzahl der Würfe, bei denen die Zahl 3 erzielt wird	0	1	2
Auszahlung in Euro	0	5	x

Bei wiederholter Durchführung des Spiels ist zu erwarten, dass sich auf lange Sicht Einsätze und Auszahlungen ausgleichen.

Ermitteln Sie den Wert von x.

(2 + 3 Punkte)

Wahlpflichtaufgabe 6

Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit den Parametern n und p mit $p < 1$.

Es ist bekannt, dass $P(X = 1)$ vierzehnmal so groß ist wie $P(X = 0)$, und dass der Erwartungswert von X gleich 10 ist.

Berechnen Sie die Werte von p *und* n.

(5 Punkte)

Hinweis:

Zeichengeräte sowie ein Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung sind zugelassen.

Name: ____________________

Abiturprüfung 2025

Mathematik, Leistungskurs

Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabenstellung:

Immer mehr Hausbesitzer errichten auf ihren Hausdächern eine Solaranlage, mit der Energie aus Sonnenlicht gewonnen wird.

Mit der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion f mit

$$f(t) = 8 \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1\cdot(t-13{,}5)^2} - 0{,}3$$

wird die Leistung einer Solaranlage in einem durch das Intervall $[t_1;t_2]$ gegebenen Zeitraum an einem bestimmten Tag modelliert. Dabei sind t_1 und t_2 die Nullstellen von f.

Durch t ist die Zeit in Stunden (h) gegeben, die am betrachteten Tag seit 0 Uhr vergangen ist. Durch $f(t)$ ist die Leistung der Solaranlage in Kilowatt (kW) gegeben. Es wird angenommen, dass die Leistung der Solaranlage am betrachteten Tag außerhalb des durch $[t_1;t_2]$ gegebenen Zeitraums 0 kW beträgt.

In *Abbildung 1* auf der nächsten Seite ist der Graph der Funktion f dargestellt.

Name: ____________________

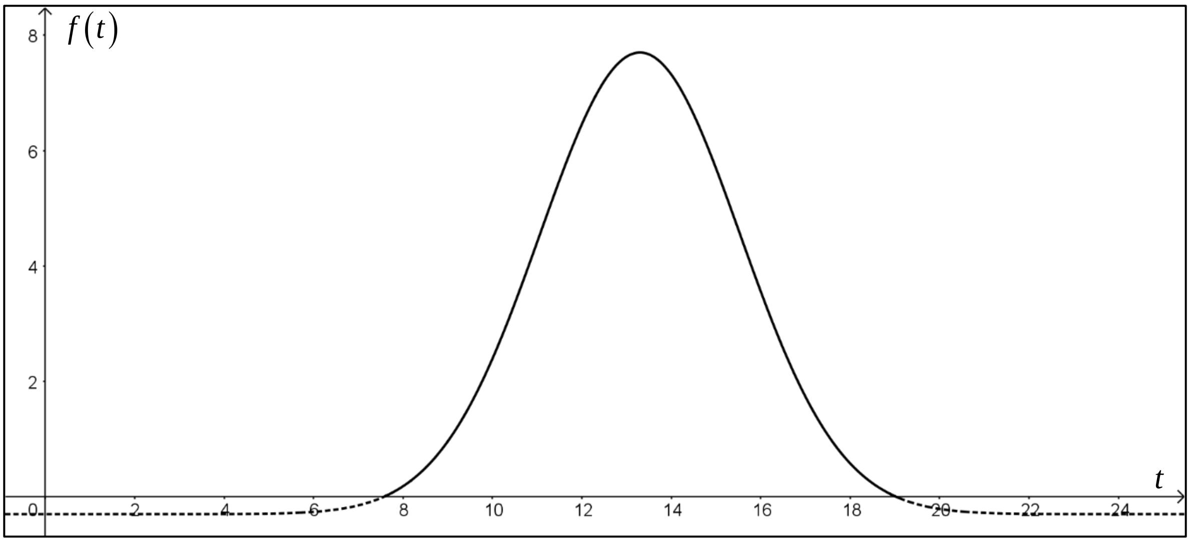


Abbildung 1

a) (1) *Geben Sie* $f(12)$ *an und interpretieren Sie den Wert im Sachzusammenhang.*

(2) *Bestimmen Sie* t_1 *und* t_2 *gerundet auf zwei Nachkommastellen.*

[Zur Kontrolle: Bei Rundung auf eine Nachkommastelle ergibt sich $t_1 \approx 7{,}8$ und $t_2 \approx 19{,}2$.]

(3) (i) *Zeigen Sie*: $f'(t) = -1{,}6 \cdot (t - 13{,}5) \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot (t-13{,}5)^2}$.

(ii) *Untersuchen Sie rechnerisch, zu welchem Zeitpunkt am betrachteten Tag die Leistung der Solaranlage maximal ist.*

(4) *Bestimmen Sie den Zeitpunkt am betrachteten Tag, zu dem die Leistung der Solaranlage am stärksten abnimmt.*

(2 + 2 + 5 + 3 Punkte)

Name: ____________________

Im Folgenden wird die von der Solaranlage aus dem Sonnenlicht gewonnene Energie betrachtet. **Die Leistung** der Solaranlage **ist die Änderungsrate dieser Energie**. Die von der Solaranlage gewonnene Energie wird im Folgenden in der Einheit Kilowattstunden (kWh) angegeben.

b) *Weisen Sie nach, dass die am betrachteten Tag von* 11 Uhr *bis* 15 Uhr *gewonnene Energie ungefähr* 26,47 kWh *beträgt.*

(2 Punkte)

Mit der Solaranlage werden die elektrischen Geräte des Hauses betrieben. Wenn die Leistung, die diese Geräte benötigen, die von der Solaranlage gelieferte Leistung übersteigt, dann wird die zusätzlich benötigte Energie aus dem städtischen Stromnetz bezogen. Wenn die von den elektrischen Geräten des Hauses benötigte Leistung geringer ist als die von der Solaranlage gelieferte Leistung, dann wird die überschüssige Energie in das städtische Stromnetz eingespeist.

Mit der in $\mathbb{R}$ definierten Funktion g mit

$$g(t) = 1{,}4 \cdot \left(t^2 - 26{,}3t + 173{,}3\right) \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1 \cdot (t-13{,}5)^2} + 0{,}5$$

wird für $0 \le t \le 24$ für jeden Zeitpunkt des betrachteten Tages die Leistung modelliert, die die elektrischen Geräte des Hauses benötigen.

Durch t ist wieder die Zeit in Stunden (h) gegeben, die am betrachteten Tag seit 0 Uhr vergangen ist. Durch $g(t)$ ist die von den Geräten des Hauses benötigte Leistung in Kilowatt (kW) gegeben.

Die Situation ist in *Abbildung 2* auf der nächsten Seite dargestellt.

Name: ______________________

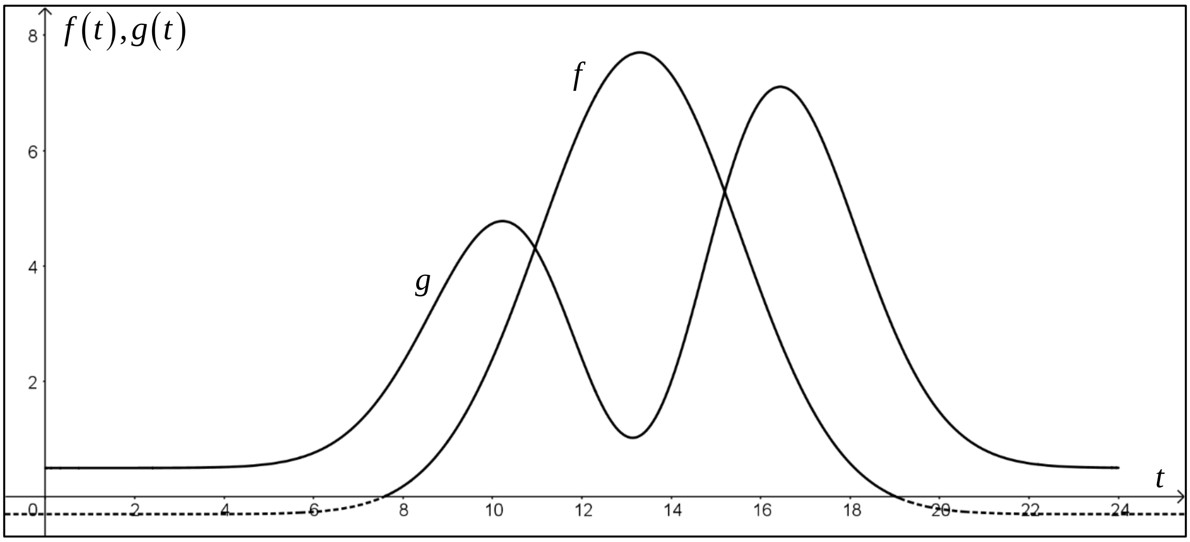


Abbildung 2

c) (1) *Bestimmen Sie die Länge des Zeitraums am betrachteten Tag, in dem die von den elektrischen Geräten des Hauses benötigte Leistung geringer ist als die von der Solaranlage gelieferte Leistung.*

Die am betrachteten Tag gewonnene bzw. genutzte Energie wird in drei Kategorien unterteilt: in das städtische Stromnetz eingespeiste Energie (E), aus dem städtischen Stromnetz bezogene Energie (B) und selbst gewonnene und genutzte Energie (G).

(2) (i) *Markieren Sie in Abbildung 2 die Flächenstücke, deren Flächeninhalte den Energien E, B und G entsprechen.*

Unterscheiden Sie die Markierungen sichtbar.

(ii) Für jede Kilowattstunde, die der Hausbesitzer in das städtische Stromnetz einspeist, werden ihm 8,3 ct gutgeschrieben.

Bestimmen Sie den Betrag, der dem Hausbesitzer für den betrachteten Tag gutgeschrieben wird.

(3 + 6 Punkte)

Name: ______________________

Der zeitliche Verlauf der von den elektrischen Geräten des Hauses benötigten Leistung ähnelt sich an den meisten Tagen.

Die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen h_a mit

$$h_a(t) = a \cdot \left(t^2 - 26{,}3t + 173{,}3\right) \cdot \mathrm{e}^{-0{,}1\cdot(t-13{,}5)^2} + 0{,}5 \text{ mit } a > 0$$

werden für $0 \le t \le 24$ verwendet, um für verschiedene Tage für jeden Zeitpunkt des jeweiligen Tages die von den Geräten benötigte Leistung zu modellieren.

Dabei ist t die Zeit in Stunden ab 0 Uhr am jeweiligen Tag und $h_a(t)$ die benötigte Leistung der elektrischen Geräte des Hauses in Kilowatt (kW).

d) (1) *Geben Sie den Wert des Parameters a an, für den die Funktionen h_a und g übereinstimmen, und beschreiben Sie, wie sich der Parameter a auf den Verlauf des Graphen von h_a auswirkt.*

(2) H_a ist die vom Parameter a abhängige Funktion mit der Gleichung

$$H_a(t) = \int_0^t h_a(x)\,\mathrm{d}x\,,\ t \in \mathbb{R}\,.$$

Interpretieren Sie die Bedeutung von H_a im Sachzusammenhang.

(3) Durch die Modellierung der Leistung der Solaranlage mit der Funktion f ist im Modell auch die Energie gegeben, die am betrachteten Tag gewonnen wird. Es gibt einen Wert für den Parameter a, für den diese Energie mit der von den elektrischen Geräten des Hauses benötigten Energie übereinstimmt, die sich bei der Modellierung der Leistung mit der Funktion h_a für $0 \le t \le 24$ ergibt.

Ermitteln Sie diesen Wert von a.

(3 + 2 + 2 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- GTR (Grafikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Name: ____________________

Abiturprüfung 2025

Mathematik, Leistungskurs

Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabenstellung:

Gegeben ist die Schar der in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f_k mit

$$\begin{aligned} f_k(x) &= x^4 - 4kx^3 + 4k^2x^2 \\ &= x^2 \cdot (x-2k)^2 \end{aligned} \qquad \text{und } k \in \mathbb{R}, k > 0.$$

Der Graph von f_k wird mit G_k bezeichnet.

a) (1) *Begründen Sie, dass f_k für jeden Wert von $k > 0$ genau zwei Nullstellen hat, und geben Sie diese an.*

(2) Betrachtet wird die Fläche, die G_k, die x-Achse und die beiden Geraden mit den Gleichungen $x = -1$ und $x = 1$ einschließen. Sie setzt sich aus mehreren Flächenstücken zusammen.

Beurteilen Sie die folgende Aussage, ohne den Wert eines Integrals zu berechnen:

Für jeden Wert von k gibt der Term $\int_{-1}^{1} f_k(x)\,\mathrm{d}x$ den Inhalt der betrachteten Fläche an.

(3) Der Hochpunkt von G_1 ($k = 1$) hat zu den beiden Tiefpunkten von G_1 denselben Abstand.

Ermitteln Sie diesen Abstand rechnerisch, ohne dabei an Funktionsgraphen abgelesene Werte oder Zusammenhänge zu verwenden.

Name: ____________________

(4) Gegeben ist eine weitere Schar in $\mathbb{R}$ definierter Funktionen h_c mit $h_c(x) = c$ mit $0 < c < 1$.

Im Folgenden sind Rechenschritte bei der Lösung einer Aufgabe angegeben:

I $f_1(x) = h_c(x)$

$\Leftrightarrow x = 1 - \sqrt{1+\sqrt{c}} \vee x = 1 - \sqrt{1-\sqrt{c}} \vee x = 1 + \sqrt{1-\sqrt{c}} \vee x = 1 + \sqrt{1+\sqrt{c}}$.

II $\displaystyle\int_{1-\sqrt{1+\sqrt{c}}}^{1+\sqrt{1+\sqrt{c}}} \left(f_1(x) - h_c(x)\right)\mathrm{d}x = 0 \;\Leftrightarrow\; c = \frac{4}{9}$.

Die folgende *Abbildung 1* zeigt den Graphen G_1 der Funktion f_1.

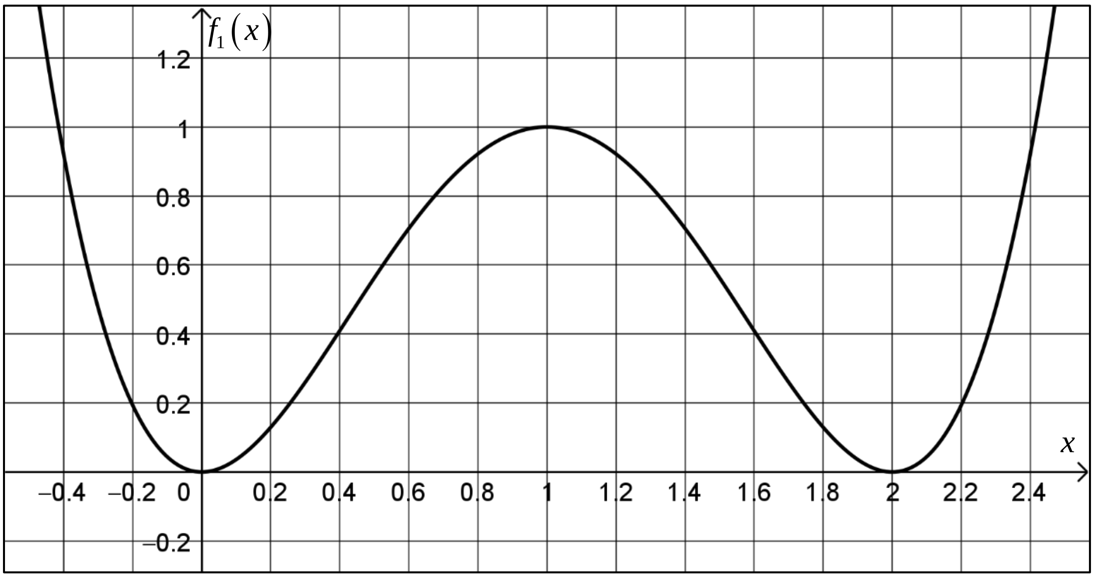


Abbildung 1

Interpretieren Sie die geometrische Bedeutung von II und veranschaulichen Sie diese Bedeutung in Abbildung 1.

(3 + 4 + 5 + 2 Punkte)

Name: ____________________

b) Um Regenwasser zu speichern, wird es kontrolliert in ein unterirdisches Auffangbecken geleitet. Für ein bestimmtes Regenereignis wird die momentane Zuflussrate des Regenwassers in das Auffangbecken durch die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion r mit

$$r(x) = \frac{1}{5} \cdot \mathrm{e}^x \cdot f_{2,5}(x)$$

für $0 \leq x \leq 5$ modellhaft beschrieben.

Dabei ist x die Zeit in Stunden, die seit Beginn des Zuflusses in das Auffangbecken vergangen ist, und $r(x)$ die momentane Zuflussrate in $\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ (Kubikmeter pro Stunde). Die Funktion $f_{2,5}$ ist die Funktion der Schar aus Teilaufgabe a) mit $k = 2{,}5$.

(1) (i) *Zeigen Sie:* $r'(x) = \frac{1}{5} \cdot \mathrm{e}^x \cdot \left(x^4 - 6x^3 - 5x^2 + 50x\right)$.

(ii) *Berechnen Sie die größte und die kleinste momentane Zuflussrate im betrachteten Zeitraum.*

(2) Im Intervall $[0;5]$ besitzt r genau zwei Wendestellen x_0 und x_1. Außerdem gilt $r'(x_0) \approx 100{,}5$ und $r'(x_1) \approx -240{,}2$ sowie $r'(0) = 0$ und $r'(5) = 0$.

Beschreiben Sie die Bedeutung des Wertes $r'(x_0)$*, die sich aus diesen Informationen ergibt, im Sachzusammenhang.*

Name: ____________________

(3) *Abbildung 2* zeigt den Graphen von r mit einigen Eintragungen.

Erläutern Sie, dass mit diesen Eintragungen die folgende Aussage begründet werden kann:

$$\int_4^5 r(x)\,\mathrm{d}x < 120\,.$$

Interpretieren Sie diese Aussage im Sachzusammenhang.

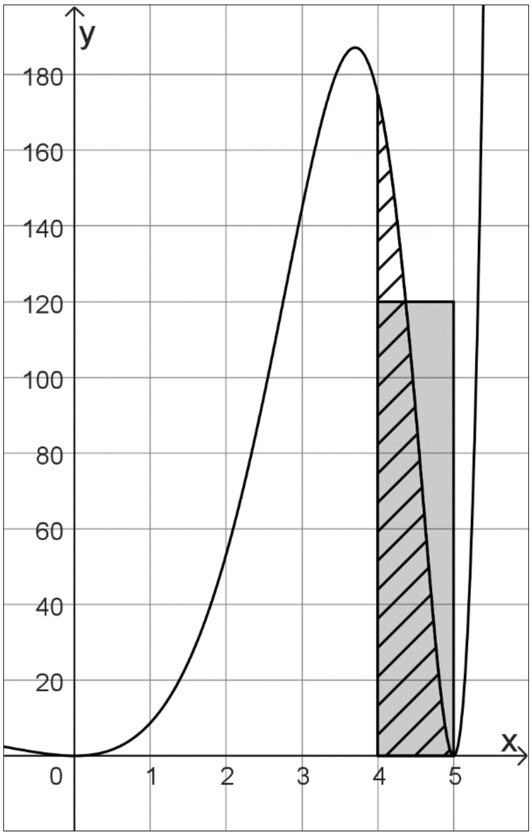


Abbildung 2

(4) Zu Beginn des Zuflusses ist das Auffangbecken bereits mit $186\ \mathrm{m}^3$ Regenwasser gefüllt.

Nach dreieinhalb Stunden wird eine Pumpe eingeschaltet. Diese pumpt bis zum Ende des Modellierungszeitraums Wasser aus dem Auffangbecken mit einer konstanten Rate von $250\ \frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{h}}$ ab. Die momentane Zuflussrate des Regenwassers in das Auffangbecken wird dabei weiterhin durch r beschrieben.

Geben Sie einen Term an, der das Wasservolumen im Auffangbecken zu einem beliebigen Zeitpunkt nach dem Einschalten der Pumpe in Kubikmetern beschreibt.

(6 + 3 + 4 + 3 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- GTR (Grafikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Name: ____________________

Abiturprüfung 2025

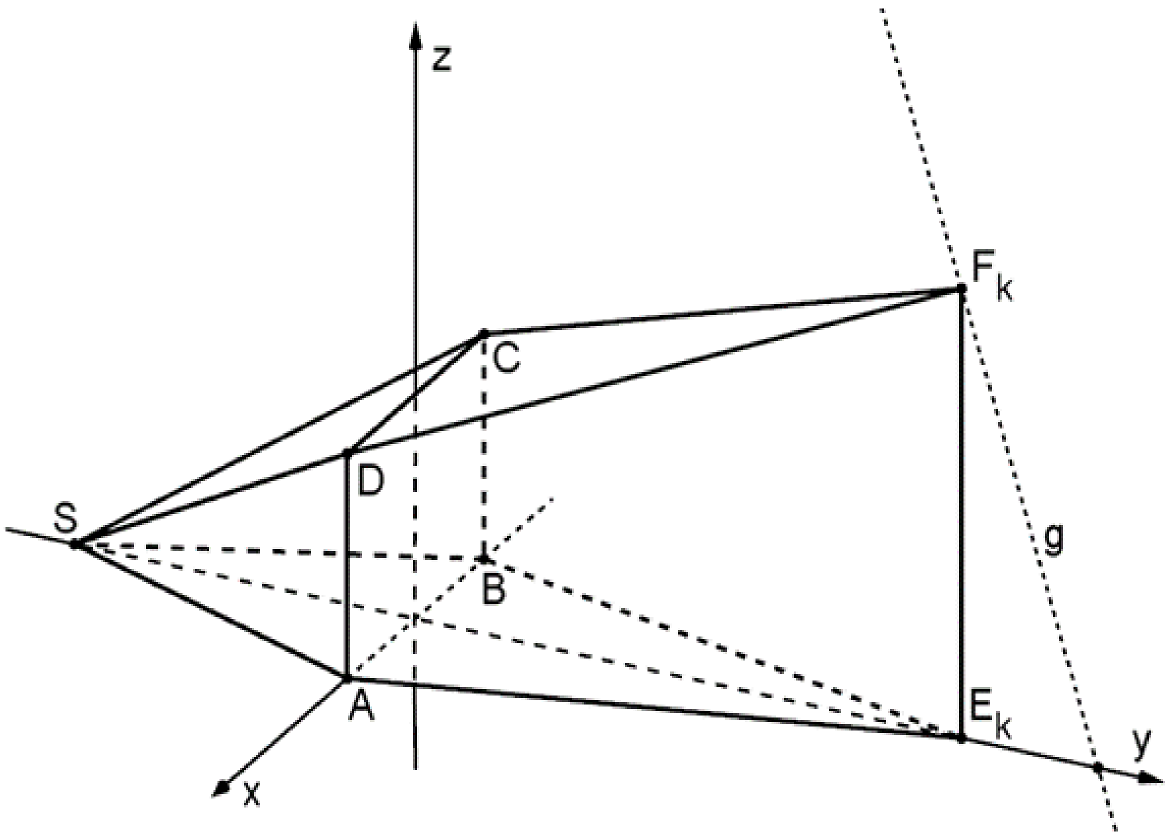
Mathematik, Leistungskurs

Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabenstellung:

Betrachtet werden die Punkte $A(2|0|0)$, $B(-2|0|0)$, $C(-2|0|3)$, $D(2|0|3)$, $S(0|-5|0)$, $E_k(0|k|0)$ und $F_k(0|k|30-3k)$ mit $0 < k \leq 10$.

Die *Abbildung* zeigt einen zusammengesetzten Körper, der aus der Pyramide *ABCDS* und einem Körper $ABCDE_kF_k$ besteht.



Abbildung

Name: ____________________

a) Das Viereck *ABCD* ist ein Rechteck.

Untersuchen Sie, ob ABCD auch ein Quadrat ist.

Berechnen Sie das Volumen der Pyramide ABCDS.

(4 Punkte)

b) Jeder Punkt F_k liegt auf der Gerade *g* (vgl. *Abbildung*).

Geben Sie den Ortsvektor eines Punkts auf g an und zeigen Sie, dass $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ *ein Richtungsvektor von g ist.*

(2 Punkte)

c) *Begründen Sie, dass die xz-Ebene für keinen Wert von k eine Symmetrieebene des zusammengesetzten Körpers ist.*

(3 Punkte)

d) Die Punkte *C*, *D* und *S* liegen in der Ebene *L*.

Bestimmen Sie eine Gleichung von L in Koordinatenform.

Ermitteln Sie den Wert von k, für den der Eckpunkt F_k *ebenfalls in L liegt.*

(5 Punkte)

e) Im Dreieck DF_kC wird der Innenwinkel im Punkt F_k betrachtet.

Ermitteln Sie denjenigen Wert von k, für den die Größe dieses Winkels maximal ist, und erläutern Sie Ihren Lösungsweg.

(6 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- GTR (Grafikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung

Name: ____________________

Abiturprüfung 2025

Mathematik, Leistungskurs

Prüfungsteil B: Aufgaben mit Hilfsmitteln

Aufgabenstellung:

Unter den Touristen eines Naturparks nutzen erfahrungsgemäß 14 % das Fahrrad für Ausflüge vor Ort. Im Folgenden werden diese Touristen als Radausflügler bezeichnet. Es soll davon ausgegangen werden, dass in einer zufälligen Auswahl von Touristen des Naturparks die Anzahl der Radausflügler binomialverteilt ist.

a) Für eine Stichprobe werden 300 Touristen des Naturparks zufällig ausgewählt.

(1) *Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich in der Stichprobe genau* 36 *Radausflügler befinden.*

(2) *Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Anzahl der Radausflügler in der Stichprobe um mindestens* 10 % *größer ist als der Erwartungswert für diese Anzahl.*

(1 + 3 Punkte)

b) Um den Naturpark als Reiseziel attraktiver zu machen, setzt der dortige Tourismusverband Shuttlebusse ein. Die Fahrkarten für diese Busse können ausschließlich online gebucht werden und sind jeweils für einen bestimmten Tag gültig. Erfahrungsgemäß werden 80 % aller gebuchten Fahrkarten spätestens am Vortag der Fahrt gebucht. Von diesen spätestens am Vortag gebuchten Fahrkarten werden 90 % auch tatsächlich genutzt. Bei den restlichen, erst am Tag der Fahrt gebuchten Fahrkarten liegt dieser Anteil mit 95 % etwas höher.

(1) *Stellen Sie den Sachverhalt in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.*

Name: ____________________

(2) Betrachtet wird eine zufällig ausgewählte, nicht genutzte Fahrkarte.

Beurteilen Sie die folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Fahrkarte spätestens am Vortag gebucht wurde, ist achtmal so groß wie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie erst am Tag der Fahrt gebucht wurde.

(3 + 3 Punkte)

c) Der Tourismusverband vermutet, dass sich der bisherige Anteil der Radausflügler unter den Touristen von 14 % durch den Einsatz der Shuttlebusse erhöht hat. Die Verantwortlichen planen die Durchführung eines Signifikanztests mit einem Signifikanzniveau von 8 % und der Nullhypothese „Der Anteil der Radausflügler unter allen Touristen liegt bei höchstens 14 %.“ Vor der Durchführung des Tests wird festgelegt, die Shuttlebusse nur dann weiterzubetreiben, wenn die Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses abgelehnt wird.

(1) Es ist geplant, den Test auf der Grundlage einer Stichprobe von 500 Touristen durchzuführen.

Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

(2) Angenommen, der beschriebene Test wird auf der Grundlage einer Stichprobe von nur 200 Touristen durchgeführt. In diesem Fall wird die Nullhypothese abgelehnt, wenn sich unter diesen mehr als 35 Radausflügler befinden. Damit die Wahrscheinlichkeit für den Fehler zweiter Art höchstens 15 % beträgt, muss der tatsächliche Anteil der Radausflügler unter allen Touristen mindestens einen bestimmten Wert haben.

Ermitteln Sie diesen Wert auf ganze Prozent genau und beschreiben Sie den Fehler zweiter Art im Sachzusammenhang.

(5 + 5 Punkte)

Zugelassene Hilfsmittel:

- GTR (Grafikfähiger Taschenrechner)
- Mathematische Formelsammlung
- Wörterbuch zur deutschen Rechtschreibung